

In seguito ad alcuni miei articoli e note di carattere didattico pubblicati su questo "Periodico", e qualche altro su "La Stampa", apparvero sullo stesso "Periodico" degli articoli (di ROGHI, LINGUA, VIOLA) e mi pervennero delle lettere; di queste ritengo doveroso dar cenno (con riproduzione o riassunto di opinioni ed osservazioni notevoli), mentre a tutti, oltre a un ringraziamento, devo almeno un cenno di risposta.

I - SCRITTI SUL "PERIODICO"

Riguardo a ROGHI e LINGUA posso limitarmi a dire di non vedere sostanziali punti di disaccordo; in parte accolgo le attenuazioni ad interpretazioni troppo spinte che forse potevano esser date dei miei scritti, e quel che rimane è opinabile gradazione di gusti fra atteggiamenti più o meno radicalmente innovatori di certi criteri tradizionali. Forse un solo punto, su cui il divario è marcato, merita un cenno: l'affermazione (LINGUA) dell'impossibilità di spiegare elementarmente nozioni di geometria differenziale (ad es. punti ellittici e iperbolici di una superficie): a me sembra che, come fatto d'osservazione (ed anche come avvio a concetti matematici: piano tangente che taglia o non taglia la superficie) la nozione è chiara, è istruttiva, è indispensabile a tutti; è un errore farla conoscere solo a chi sceglie certe Facoltà all'Università e farla apparire come cosa astrusamente legata all'algoritmo delle derivate parziali anzichè come nozione ovvia e intuitiva e fondamentale per applicazioni che interessano ogni profano (1).

(1) Secondo me, quel modo è talmente innaturale che pochi ne affermano il senso. Suggestisco un esperimento: chiedete a dei laureati (o lau-

Anche per VIOLA (benchè sostenga su molti punti soluzioni opposte) il discorso può essere in parte il medesimo: molte delle tesi criticate vanno al di là del mio pensiero e delle mie proposte (evidentemente suscettibili, assai più di quanto immaginassi, sia di essere fraintese che di essere alterate "sviluppendole e deducendone tutte le possibili conseguenze" che a me possibili non sembrano).

Sulla questione del numero di insegnanti, non ho mai detto di ridurlo da 8 a 2 (nè in alcun altro modo) ma solo di non elevarlo da 8 a 9; non ho mai fatto e mi guarderei bene dal fare distinzioni di materie "più o meno formative", solo preoccupandomi (come spero facciano tutti) di sostenere quei modi che possano *renderle tutte quanto più formative possibile*. Su ciò le opinioni possono divergere. E infatti veniamo al secondo punto sviluppato da VIOLA.

La contrapposizione fra esposizione *sistematica* e *dilettantistica* mi sembra, nello scritto e nell'atteggiamento di VIOLA, troppo assoluta. Non si potrebbe parlare di autodidatti senza dire "accozzaglia di autodidatti", nè di dilettantismo senza dire "dilettantismo della peggior specie"; quindi bandirlo e limitarsi a sole trattazioni sistematiche "un mattone dopo l'altro". Io ritengo invece che tutto ciò che *veramente* sappiamo è frutto di attività dilettantistica e autodidattica (anche senza citare molti veri autodidatti, pervenuti a livelli di prima grandezza e con grande originalità di vedute, o senza vere scuole, o dopo studi in tutt'altra direzione). Tuttavia non intendo bandire le trattazioni sistematiche (anzi ho detto che andavano conservate e perfezionate nei limiti in cui non si può farne a meno), purchè si curi particolarmente di dare anche spunti nella direzione "dilettantistica". Per me è questione di dosaggio; su *questo terreno* ci può essere largo margine di opinabilità.

Non riesco poi a capacitarmi come mai un libro come quello da me descritto (nell'articolo del n. 1-2, 1964, ed esemplificato ivi

reandi) in matematica la distinzione tra punti ellittici e iperbolici (lasciamo pur stare i parabolici), e fare una statistica di quanti (fra quelli che ricordano e fra quelli che non ricordano formule e definizioni in forma analitica) sanno quale sia il significato geometrico (ad es. facendo indicare, o dipingere in colori diversi, le parti di una superficie — una zampa di tavolo tornita, una statua, la carrozzeria d'un'automobile — a punti di diversa specie).

in Appendice) possa meritare l'epiteto di *Dizionario Enciclopedico*. Esso è l'opposto: esso mira a superare sia il nozionismo delle nozioni staccate in forma enciclopedica che quello delle nozioni sistematicamente allineate in effimero filo unidimensionale come una filastrocca distesa nel vuoto senza sostegni e collegamenti; si prefigge appunto di far conquistare conoscenze che siano più che mere "nozioni" attraverso i *problemi* da cui scaturiscono e che inducono a collegarle con quante più altre cose è possibile in modo da costituire un'acquisizione effettiva, non vaniloquio. Le "voci" e l'ordine alfabetico non sono che espedienti per guidare attraverso problemi e interessi concatenati o concatenabili: ad es. la voce "Tavolo" non spiega cosa sia un tavolo ma lo usa come pretesto per connettere diversi problemi con le relative nozioni e con spunti verso altri problemi e altre nozioni.

Se vi riesca, e come lo si possa migliorare o sostituire con qualcos'altro, è cosa opinabile e si può discutere o sperimentare. Comunque, non escludo affatto che possa servire come sussidiario a un testo "normale" (anzichè mettere l'equivalente ivi); non l'avevo detto perchè pareva allora che non dovesse esservi addirittura nessun libro di testo. Inoltre, il suo uso diletteristico da parte di ciascun allievo era solo una possibilità facoltativa da incoraggiare; fondamentalmente i collegamenti ecc. avrebbe pur sempre dovuto guidarli l'insegnante, sia pure sfruttando eventuali iniziative degli studenti, o incoraggiandoli a prenderne, o lasciando un po' l'illusione che l'iniziativa sia loro (o lasciando la scelta fra digressioni possibili in diverse direzioni, ecc.).

2. - LETTERE GENERICHE

Fra le lettere, menziono anzitutto quelle esprimenti più o meno generico dissenso o consenso. Sono cinque, tutte di insegnanti di scuole secondarie. Tre di dissenso: una contraria al metodo e ai libri di EMMA CASTELNUOVO (che io avevo elogiato), due a deplorazione degli apprezzamenti sul tema del Liceo Scientifico e indirettamente su tale scuola. A tutte risposi direttamente; circa le due ultime (ed anche per altri lettori che avessero provato analoga sensazione) soggiungo, anzitutto, che il titolo, come purtroppo è d'uso, era stato modificato dalla redazione ("La matematica nelle scuole è in genere insegnata male") e poteva sembrare rimprovero agli insegnanti mentre denunciava circostanze quasi com-

pletamente indipendenti dalla loro volontà (il titolo originale è quello della riproduzione nel "Periodico", n. 4, 1965); quanto al tono vivace (troppo, nel giudizio comune) era dovuto al fatto che solo una cosa chiassosa poteva sperare di farsi ascoltare.

Un'altra lettera, anzi, riteneva che mi illudessi se pensavo che anche ciò bastasse... « data l'epidermide di certi pachidermi »; in realtà non mi facevo illusioni ma non volevo rinunciare a tentare. Effettivamente un risultato c'è stato: il tema del giugno 1965 non fu trinomitico (su di esso sono stato invitato ad esprimermi, in un'intervista apparsa su "Il Messaggero", il 22 luglio 1965). Tale lettera, e un'altra, esprimevano consenso, con riserve su qualche punto e segnalazione, in compenso, di altri inconvenienti più o meno di dettaglio che non conoscevo. Nello stesso senso menziono qui un articolo del prof. E. CARLETTI (in "La Voce di Bergamo", 1965), gentilmente inviatomi, in cui benevolmente giustifica (con gli stessi argomenti da me qui esposti) il tono del mio attacco antitrinomitico, soffermandosi su parecchi aspetti connessi di problemi scolastici.

Altre tre lettere meritano invece di esser segnalate, almeno nelle parti principali o in riassunto, perchè portano argomenti nuovi e istruttivi. Diamo la precedenza (secondo l'ordine di affinità col tema iniziale) a un insegnante di scuola secondaria che illustra un sistema da lui seguito; quindi ad un profano che dice come gli è capitato di scoprire il senso della matematica e farlo capire ad altri; infine ad un collega universitario che esemplifica e sviluppa, con nuove argomentazioni, delle critiche pienamente concordanti col mio modo di vedere.

In quest'ordine di idee potrei anche rammentare la corrispondenza con F. G. TRICOMI (già riassunta nei punti (3) e (4) della "Lettera alla Direzione" apparsa nel n. 4); idee straordinariamente conformi trovai anche nel memorandum "On the mathematics curriculum of the High School" pubblicato nell'"American Mathematical Monthly" del Marzo 1962, ma che conobbi appena quando il collega FICHERA ne diramò fotocopia (14-7-65; inutile dire quanto mi fece piacere vedere con quale calore egli manifestasse la propria adesione a quel documento e si proponesse di diffonderne la conoscenza per guadagnare la massima auspicabile vastità di adesioni altrui).

3. - COME EVITARE LE "INTERROGAZIONI"

Un professore di non so quale tipo di scuola media o secondaria (anonimo per modestia e delicatezza, desiderando « seguire senza suscitare scalpore » ad applicare un certo metodo) mi espone come sia riuscito ad eliminare due gravi jatture: le interrogazioni ed i compiti per casa. Eccone il testo, quasi integrale.

« Io seguo da molti anni *il metodo DUFF* (The DUFF Method, « che nei "colleges" degli U.S.A. viene definito "the most efficient"): un metodo semplice ed equo, applicabile a qualsiasi « scuola di ogni grado.

« Il metodo DUFF è semplicissimo: ogni recitazione orale è « abolita, e metà di ogni lezione è dedicata ad un compito in classe. « Tutto qui.

« Ma quanti vantaggi! Ogni studente ha tanti voti quante « sono le lezioni, e perciò la media dei voti è altamente rappresen- « tativa della maturità *intellettuale* (e non mnemonica) di cia- « scuno. Mia tranquillità d'animo, e cosciente fermezza di fronte « a qualsiasi sollecitazione o raccomandazione o protesta, data « l'automatica imparzialità del sistema. Svuotamento di ogni « "drammaticità", perchè lo studente lavora sempre senza alcun « orgasmo, seduto al suo posto, e consultando i suoi libri per lo « svolgimento del suo lavoro. Evidentemente i lavori vanno "inven- « tati", in modo che lo studente, pur consultando i manuali, *debba* « metterci, per risolverli, un briciolo di *suo spontaneo* ragiona- « mento.

« Nessun lavoro da svolgere a casa. Nessuna preoccupazione « per i noiosi assillanti e poco probanti "interrogatori", dato che « sono soppressi. Non potendo sopprimere i voti e gli esami orali, « mi limito a far riassumere da un allievo, nei primi 5 minuti di « ogni lezione, come per riaccoppiamento, la sola lezione prece- « dente, indicando con un + od un — se l'esposizione è più o « meno buona; i + e — vengono tenuti presenti per arrotondare « in più o in meno la media dello scritto per ottenere il voto « "orale". Questo gli studenti lo sanno e lo apprezzano ».

La cosa mi sembra seducente e provvidenziale; il fatto che funzioni (almeno nel caso segnalato) sembra incoraggiante. Non ho esperienza diretta di insegnamento medio per esprimere un giudizio personale circostanziato in merito, ma chiunque può dire a colpo sicuro quanto si guadagnerebbe in serietà abolendo la carnevalata dei compiti a casa abitualmente trasmessi telefoni-

camente a tutti dall'unico che li fa o se li fa fare, e sopprimendo l'incubo delle interrogazioni che abitua a studiare pappagallescamente, onde ricordarlo per pochi giorni, l'argomento delle ultime lezioni. Ho anche sentito insegnanti (nei corsi di aggiornamento) lamentarsi del poco tempo a disposizione per "svolgere il programma" dato che se ne va quasi tutto per interrogazioni, ed un collega ispettore affannarsi (temo con poco successo, data l'apparente incredulità e perplessità dell'uditorio) a spiegare come si possa formarsi un giudizio con frequenti domande estemporanee rivolte qua e là nel corso delle lezioni, limitando al massimo il numero e la durata delle interrogazioni recitatorie.

Sembra pertanto auspicabile che la sperimentazione del metodo DUFF venga tentata da altri insegnanti e, possibilmente, incoraggiata dall'amministrazione scolastica, controllandone l'efficacia e promuovendone, dopo accertati (e magari migliorati con accorgimenti di dettaglio) i favorevoli effetti, una maggiore diffusione.

4. - L'AUTOREVOLE PARERE DI UN PROFANO

Ho ricevuto con sommo piacere una lettera da un *profano*. Tanto più che avevo scritto l'anno scorso un articolo sull'insegnamento della matematica *dal punto di vista del profano*, cercando di pormi da tale punto di vista, e sostenendo che era quello più importante di cui si doveva tener conto, il solo non affetto da deformazioni professionali ⁽²⁾.

La concordanza di opinioni col profano autentico mi fa ritenere con compiacimento d'esser riuscito abbastanza bene nel proposito di mantenermi quanto più possibile immune da deformazioni professionali, causa sicura di visioni aberranti ⁽³⁾.

Il "profano" è il sig. G. TIMOSCI, di 84 anni, che, dopo aver trascorso buona parte della sua vita in India, è tuttora occupato

(2) È comparso in un fascicolo speciale di "Scuola e Città" (ed. La Nuova Italia, Firenze) dedicato all'insegnamento della matematica, uscito nell'ottobre 1965.

(3) Due delle quali — forse tra le più frequenti e insensate — sono scolpite nel menzionato memorandum americano con le seguenti parole: "I matematici possono inconsciamente assumere che a tutti i giovani debba piacere ciò che piace ai matematici del giorno d'oggi, o che i soli studenti che vale la pena di coltivare siano quelli che potrebbero diventare matematici di professione".

in un ufficio di Savona come corrispondente commerciale per l'estero.

Ecco come egli narra del suo incontro con la matematica.

« Bombay, come tutte le città ove si trovino degli inglesi, era
« ricca di ottime biblioteche ed io vi attingevo a piene mani, aman-
« te come sono sempre stato, della lettura. Un giorno trovai una
« Storia delle Matematiche e la presi. Era la prima volta che ap-
« prendevo che anche le matematiche avevano una STORIA! E fu
« per me una vera rivelazione ». Egli aveva « potuto sperimentare
« l'errata impostazione dei nostri studi (in) un periodo assai re-
« moto » (ed osserva che « però, seguendo gli studi prima dei miei
« figli ed ora dei miei nipoti mi sembra che ben pochi migliora-
« menti ci siano stati »); ma « da quel giorno ho sempre tenuto
« per fermo che lo studio delle matematiche dovrebbe andare
« di pari passo con quello della Storia delle matematiche, più
« avvincente di qualsiasi romanzo d'avventure », e s'interessò (da
autodidatta ...) a riprendere le matematiche mal imparate a scuola.

« Fra l'altro, appresi del come — nel lontano 800 — il mate-
« matico arabo AL-KHUWARIZMI, per il primo, era riuscito a tro-
« vare il modo di risolvere anche le equazioni di 2° grado. È una
« cosa così bella, così semplice, così interessante, che da quel gior-
« no mi sono sempre chiesto: *O perchè quel metodo non ce l'hanno*
« *insegnato a scuola?* ».

Dopo aver riportato la famigerata ricetta scolastica (a base di moltiplicare aggiungere trasportare eccetera eccetera da ciechi manipolatori di inespressivi formalismi) egli esclama: « Ma perchè
« si fa così? Questo nessuno ce lo disse mai e nessuno di noi si è
« mai azzardato a chiederlo. Quando invece si conosce il metodo
« seguito da AL-KHUWARIZMI, allora tutto ciò diventa chiaro come
« la luce del sole. Se il suo procedimento fosse stato difficile da
« spiegare, avrei trovato comprensibile il silenzio dei nostri inse-
« gnanti; invece è facilissimo e volli farne una prova facendolo
« conoscere a dei ragazzi che venivano da me per avere qualche
« ripetizione di matematica, e sempre constatai che non solo essi
« mi seguivano facilmente ma rimanevano entusiasti di quel
« metodo ».

Aggiungeva di avere degli appunti sul modo in cui presentava il procedimento, e lo pregai di mandarmeli; per i lettori del "Periodico" bastano certamente dei cenni riassuntivi (ma comunque trasmetto alla Direzione il testo originale).

Il metodo consiste nel visualizzare le operazioni basandosi sulla interpretazione geometrica dell'espressione $(a+b)^2$ come area del quadrato di lato $a+b$; l'esposizione è ravvivata e resa interessante col notare che ciò era noto ai Greci, che gli Arabi avevano conoscenza della matematica greca, e col far riflettere in che modo AL-KHAWARIZMI si deve essere chiesto come sfruttare le proprietà di quella figura per risolvere i problemi di secondo grado: « ed avendo ben presente quel grande "L" rovesciato della « figura » (allude alla "L" formata dai due rettangoli e un quadrato), « rotto come doveva essere agli accorgimenti dei matematici greci, gli deve infine essere balenata l'idea che, a tale scopo, « bastava ecc. ecc. ». In seguito vengono indicate varianti atte a portare avanti il calcolo con numeri interi (anche qui spiegando quali inconvenienti si desidera eliminare e come si può arrivare a vedere in che modo lo scopo possa venire conseguito), ... e con ciò si arriva alla famigerata regoletta.

Inutile digressione e complicazione, dunque?. Secondo lui, NO (ed io sono orgoglioso di condividere il parere di un profano): « non far comprendere agli scolari il PERCHE' di tale procedimento mi sembra una lacuna molto grave, se è vero che ciò che « nutre non è quello che si mangia ma solo quello che si digerisce ».

Non è dunque vero che l'appello all'intuizione geometrica non è probante nè soddisfacente, che esso particolarizza l'interpretazione ai soli numeri reali mentre con minor fatica si può dare la gioia di saperla valida in opportuni generalissimi anelli, e via dicendo? Non nego, è giustissimo: così come sarebbe giusto purificare la musica facendola consistere nella contemplazione di spartiti, evitandone le antiquate imperfette interpretazioni fisiche mediante vibrazioni dell'aria. Ma se la maggioranza è fatta di deficienti irrecuperabili, come me e come quel profano e probabilmente quasi tutti, che a scarabocchi di formule e note musicali sono insensibili e apprezzano piuttosto una figurina o un'aria fischiettata, vale la pena che gli Eletti perdano per loro, e facciano perdere a loro, un tempo che, qualunque altra cosa se ne facesse, sarebbe speso meglio?

Per mio conto — volendo precisare il mio punto di vista sull'esempio specifico — trovo che un cenno illustrativo-storico su quel tipo di interpretazioni geometriche sia più che opportuno, ma che va sottolineata la portata limitata (al massimo, ch'io sappia, è sfruttabile al modo di BOMBELLI per equazioni di 3° grado).

Quindi: argomento per visione meno legata a particolarità del tipo di equazioni (algebriche, di 2° grado). La via naturale mi sembra ricorrere al diagramma della funzione (ossia dell'equazione $f(x)=0$) con le intersezioni coll'asse x . Nel caso delle equazioni di 2° grado, il procedimento completo risulta chiaro notando che il diagramma è una parabola e che si può riferirsi al vertice, ecc. (come ad es. ho fatto in "Matematica logico-intuitiva", Trieste 1944, 3ª ed. Cremonese, Roma, 1961). Col vantaggio di superare le distinzioni (fastidiose se stabilite quasi aprioristicamente, anzichè per momentanea convenienza talvolta) tra equazioni algebriche trascendenti o innominabili (come istanti in cui il diagramma della temperatura indica $T=0^\circ$). Vantaggio poi di poter passare, se si vuole ed occorre, al campo complesso: punti $z=x+iy$ ove $f(z)=0$, visibili ad es. con figura del *plastico* di quota $|f(x+iy)|$ (come nelle bellissime illustrazioni in JAHMKE-ENDE o in TRICOMI, "Funzioni analitiche"); ivi gli zeri appaiono come vertici di un imbuto (e meglio ancora rappresentare invece, se è noto il logaritmo, $\log|f(z)|$, cosicchè $\log 0 = -\infty$; infatti $\log|f(z)|$ è la parte reale di $\log f(z)$, che, assieme alla parte immaginaria che è l'anomalia, dà una "rete a maglie quadrate", ossia, in termini analitici, una rappresentazione conforme).

5. - UN PARERE DI UN MATEMATICO SU CERTI DEFORMAZIONI PROFESSIONALI

Ed ecco infine una lettera di GIOVANNI PRODI, in risposta all'invio di copia della "Lettera alla Direzione" inviata contemporaneamente al "Periodico" ed ivi pubblicata nel n. 4 (con citazione di alcune sue frasi dal fascicolo di aprile 1965). (I corsivi sono miei).

« Sono lieto di constatare le coincidenze delle nostre opinioni
 « in materia di insegnamento della matematica. Il fatto, del resto,
 « non è del tutto casuale, perchè sulle mie opinioni hanno molto
 « influito i tuoi scritti. Soprattutto mi ha interessato quel tuo
 « sforzo di esemplificare, di tracciare linee concrete per un inse-
 « gnamento della matematica veramente vivo e attuale.

« Effettivamente, in questo momento, sono preoccupato, più
 « che dei conservatori (i quali fatalmente dovranno presto arren-
 « dersi), di certi innovatori *a schema fisso*. C'è un modo di inno-
 « vare che costa poco sforzo ed è caratteristico, purtroppo, di mol-

« ti professori universitari: consiste nel considerare l'insegna-
 « mento della propria materia (sia a livello secondario che uni-
 « versitario) solo *come una introduzione al proprio settore di*
 « *ricerca.*

« Mi spiego con un esempio, che io ritengo probante (anche
 « se dovrei forse fornire maggiore documentazione per sostenerlo).
 « Qualche decennio fa era prevalente in Italia lo studio della Geo-
 « metria algebrica ("matrice prima di ogni problema matematico",
 « come ho sentito dire, una volta, da SEVERI). La geometria alge-
 « brica generava però, a livello universitario, un sottoprodotto
 « decisamente brutto: lo studio delle curve algebriche (parlo di
 « quelle *stereotipate curve "da concorso" che tuttora imperver-*
 « *sano*). E peggio ancora, a livello liceale, ne scendeva un sotto-
 « sotto-prodotto costituito da quelle *noiose e formali discussioni*
 « *dei problemi di secondo grado* (in cui il parametro adombrava la
 « seconda variabile dell'equazione). A mio parere, questo è un
 « esempio di come l'insegnamento possa diventare una caricatura
 « della ricerca.

« Adesso, dopo i successi dell'algebra in tutti i rami della ma-
 « tematica, si pensa che i nostri adolescenti debbano occuparsi
 « con fervore e gioia di gruppi, anelli, moduli, ecc. Naturalmente,
 « *non nego che i concetti fondamentali debbano entrare nell'inse-*
 « *gnamento secondario, ma non in misura e forma superiori alle*
 « *capacità che hanno i giovani di ESEMPLIFICARE e di farne*
 « *APPLICAZIONE A CONCRETI PROBLEMI.* Se l'insegnamen-
 « to dell'algebra si dovesse attuare con il fanatismo di certi suoi
 « banditori, nel liceale divenuto ingegnere, avvocato o medico *ri-*
 « *marrebbe, nei riguardi della matematica, un senso di vuoto e di*
 « *incubo PEGGIORE di quello che si produce ora.*

« Analoghi rilievi si potrebbero fare nel settore universitario.
 « Alcuni innovatori pensano che lo scopo principale dell'insegna-
 « mento universitario sia quello di mettere gli allievi in condizioni
 « di capire i lavori di ricerca avanzata. E questo potrebbe andare
 « benissimo se il "capire" fosse inteso in senso sufficientemente
 « pieno ed umano. Invece si chiede ai giovani di *inghiottire mon-*
 « *tagne di definizioni* dicendo loro "andate avanti! vedrete poi a
 « cosa tutto questo servirà".

« Tutto questo, a parte ogni altra considerazione, mi sembra
 « frutto di un *ATTEGGIAMENTO DOGMATICO: se non si trat-*

« ta di fare accettare tesi indimostrate, si tratta pur sempre di fare accettare valori non discussi.

« Forse i giovani — che, malgrado la fama di ribelli, sono in fondo assai duttili — si adattano di buon animo a queste imposizioni, ma c'è da dubitare che, in questo modo, si possano formare persone capaci di autonomia di ricerca e di sensibilità scientifica ».

Non occorrono commenti. Mi si consenta solo di ringraziare anche pubblicamente il collega PRODI per avermi autorizzato a presentare per la pubblicazione queste parole destinate inizialmente solo a me, e chiare come un guanto di sfida.

B. DE FINETTI