IL «BENEFICIO OPERAZIONI CHIRURGICHE»

In: *«Atti del Decimo Congresso Internazionale degli Attuari»*, Roma, Istituto Poligrafico dello Stato, 1934, Vol. V, pp. 79-102

B. DE FINETTI

IL "BENEFICIO OPERAZIONI CHIRURGICHE"

Estratto degli *Atti del Decimo Congresso Internazionale degli Attuari*, Roma 1934-XII

ROMA 1934-XIII
ISTITUTO POLIGRAFICO DELLO STATO

(7102127) ROMA 1934-XIII — ISTITUTO POLIGRAFICO DELLO STATO

IL "BENEFICIO OPERAZIONI CHIRURGICHE"

di

B. DE FINETTI (Trieste).

1. Cosa può e cosa deve significare una trattazione attuariale relativa al "beneficio operazioni chirurgiche", o, in genere, relativa ai diversi tipi di provvidenze sanitarie a favore degli assicurati, di cui quello considerato è un caso particolare? Se si prefiggesse di stabilire, in base a criteri strettamente aritmetici, la convenienza o meno di accordare tali benefici, essa sarebbe certamente fuori luogo. Può darsi infatti che il miglioramento prevedibile della mortalità sia tale da compensare totalmente l'onere assunto, ma non è detto che se il compenso immediato e diretto è solo parziale o anche minimo ciò debba sconsigliare le provvidenze in questione. Esse hanno un'importanza sociale e morale che non può lasciare indifferente una compagnia, non solo per ragioni ideali, ma anche per i vantaggi che ne può attendere, non meno importanti e reali per il fatto di non essere valutabili in un miope preventivo. Partecipando efficacemente all'azione profonda e vasta per il miglioramento della sanità pubblica, che in un secolo già ha fatto abbassare le tavole di mortalità in modo impressionante, le Compagnie di Assicurazione contribuiranno ad avvicinare il giorno in cui potranno maggiormente estendere la propria attività riducendo ulteriormente le loro tariffe; offrendo agli assicurati dei vantaggi preziosi, esse hanno un argomento valido in più per quell'opera di pubblicità e di propaganda che è un elemento essenziale del loro sviluppo.

Uno studio attuariale non può per tali motivi presumere di stabilire se e a quali condizioni una di tali provvidenze può essere concessa; esso ha tuttavia la sua importanza, dovendosi pur conoscere l'entità di un impegno prima di assumerselo, ed esser certi di potervi far fronte senza che ciò costituisca un sacrificio sproporzionato. La mancanza di un tale studio è stata segnalata da Smolensky in una

2 — *Finetti.*

recente conferenza al Seminario Attuariale dell'Istituto Italiano degli Attuari [1]; è stato in seguito a tale conferenza che fui indotto a svolgere le considerazioni che seguono.

2. Rudimentali provvedimenti destinati a facilitare le operazioni chirurgiche agli assicurati sulla vita si trovano al principio di questo secolo negli Stati Uniti. Infatti la Metropolitan di New York iniziò allora una campagna contro il cancro, comprendente la diffusione di numerosissimi fascicoli di propaganda terapeutica, le visite mediche periodiche e le operazioni tempestive. Il beneficio operazioni chirurgiche (B. O. C.) nella sua forma attuale come provvedimento generale è stato invece introdotto nell'anno 1928 da una grande Compagnia italiana di assicurazione sulla vita, dapprima in Italia, successivamente in quasi tutti gli altri paesi europei dove essa opera. Il suo esempio fu tosto seguito dalle altre imprese di Assicurazioni sia italiane che estere, di modo che oggi questa forma di protezione assicurativa accessoria alla assicurazione vita è diffusa in gran parte del mondo.

Essa prevede la corresponsione all'assicurato, nel caso che egli debba sottoporsi a un'operazione chirurgica, di un anticipo senza interessi sulla somma assicurata per un importo pari al costo dell'operazione (fino a un massimo dato dalla "somma ridotta" [2] della sua polizza, detratti i precedenti eventuali prestiti o anticipi "B. O. C.").

Il valore dell'anticipo di una somma S verso diminuzione per lo stesso importo della somma assicurata della polizza dipende naturalmente dalla forma dell'assicurazione, e precisamente dalle modalità da essa previste per il pagamento della somma assicurata. In generale tale valore è

$$S\,(1 - A) \qquad [1]$$

[1] Tenuta il 20 giugno 1933; v. "Giornale dell'I. I. A.", a IV, n. 3, luglio 1933-XI.

[2] È la limitazione più usuale, ma potrebbe anche essere stabilita diversamente (ad esempio, come è usuale in Francia, nella misura della "riserva matematica" o del "massimo prestito" ordinario); vi sono poi anche altre varianti, ad esempio l'esonero del pagamento degli interessi limitato al più a un certo numero di anni prefissato (5 anni, secondo le condizioni di una Compagnia francese). Le considerazioni del testo si applicano naturalmente senz'altro anche se il limite massimo E_t ha un significato diverso da quello di "somma ridotta" cui ci riferiamo per fissare le idee; dovrebbero invece esser modificate quando le varianti fossero essenziali come nel caso di esonero solo temporaneo dal pagamento degli interessi.

dove A è il premio unico per le prestazioni future del dato tipo di assicurazione. Nei casi più comuni si ha in particolare:

a) assicurazione in caso di morte

$$S\,(1 - \overline{A}_{x+t}) \qquad [1^a]$$

b) assicurazione mista

$$S\,(1 - A_{x+t,\,\overline{n-t}|}) \qquad [1^b]$$

c) assicurazione a termine fisso

$$S\left(1 - v^{n-t}\right) \qquad [1^c]$$

dove x sia l'età iniziale, n la durata contrattuale, t la durata trascorsa all'atto del concesso anticipo. Si osservi che in questi tre casi si ha ordinatamente da note trasformazioni

$$Sd\mathrm{a}_{x+t} \qquad [2^a]$$

$$Sd\mathrm{a}_{x+t,\,\overline{n-t}|} \qquad [2^b]$$

$$Sd\mathrm{a}_{\overline{n-t}|}\,; \qquad [2^c]$$

ciò scende anche da considerazioni intuitive, potendosi considerare, anzichè la perdita sul premio unico, la perdita degli interessi tecnici.

Il premio unico necessario all'inizio dell'assicurazione per garantire in caso di vita l'anticipo di una somma S_t alla fine del t^{esimo} anno di assicurazione si ottiene manifestamente moltiplicando il valore precedentemente determinato per ${}_tE_x$; indicheremo in generale tale premio unico con $\varrho_t S_t$, cosicchè nei tre casi precedenti avremo ordinatamente

$$\varrho_t = {}_tE_x\,(1 - \overline{A}_{x+t}) = d\cdot{}_tE_x\cdot\mathrm{a}_{x+t}\,, \qquad [3^a]$$

$$\varrho_t = {}_tE_x\,(1 - A_{x+t,\,\overline{n-t}|}) = d\cdot{}_tE_x\cdot\mathrm{a}_{x+t,\,\overline{n-t}|} \qquad [3^b]$$

$$\varrho_t = {}_tE_x\left(1 - v^{n-t}\right) = d\cdot{}_tE_x\cdot\mathrm{a}_{\overline{n-t}|} \qquad [3^c]$$

per garantire l'anticipo di determinate somme S_1 $S_2, \ldots, S_t, \ldots$ alla fine del 1°, 2°, ..., t^{esimo}, anno d'assicurazione, il premio unico sarà quindi in generale

$$\varrho = \Sigma_t \, \varrho_t \, S_t \,. \qquad [4]$$

Se S_t, anzichè un importo prefissato, è un importo aleatorio, bisogna nelle formule precedenti sostituire S_t con $\mathcal{M}(S_t)$, valor medio (speranza matematica) di S_t; il premio unico per garantire, in caso di vita, alla fine del 1°, 2°,... t^{esimo} anno di assicurazione, degli importi aleatori S_1, $S_2, \ldots, S_t, \ldots$ è quindi

$$\varrho = \Sigma_t \, \varrho_t \, \mathcal{M}(S_t). \qquad [5]$$

Se S_t è la somma prevista dalla clausola B. O. C., ϱ è il valore dell'impegno che la Compagnia si assume con la concessione di tale clausola; naturalmente, perchè i valori attuariali che intervengono in tali formule siano quelli relativi alle basi tecniche usuali, bisogna ammettere che la mortalità sia la stessa per operati e non operati.

3. Traduciamo le condizioni specificate nella clausola B. O. C. in una definizione precisa del sistema dei numeri aleatori $S_1, S_2, \ldots, S_t, \ldots$; introduciamo anzitutto il numero aleatorio

X_t = "spesa per operazioni chirurgiche nell'anno t^{esimo}",

indichiamo con C il capitale assicurato e con CR_t la somma ridotta alla fine del t^{esimo} anno, e supponiamo che l'assicurato non abbia altre polizze in vigore su cui sia concessa la clausola B. O. C., e che non prelevi sulla polizza in esame dei prestiti ordinari. Se tali circostanze non fossero soddisfatte, il valore dell'impegno sarebbe certamente minore, ma da ciò è necessario ad ogni modo prescindere, dipendendo dalla volontà dell'assicurato l'eventuale diminuzione dell'aggravio della compagnia in dipendenza del mantenimento in vigore di altre polizze o dell'accensione di prestiti.

Allora le S_t risultano definite come segue

$$S_t = X_t \quad \text{se} \quad S_1 + S_2 + \ldots + S_{t-1} + X_t \leq CR_t$$

$$S_t = CR_t - (S_1 + S_2 + \ldots + S_{t-1}) \text{ se } S_1 + S_2 + \ldots + S_{t-1} + X_t > CR_t \qquad [6]$$

ossia, volendo indicare in modo unico

$$S_t = \text{minimo tra } \{X_t\} \text{ e } \{CR_t - (S_1 + S_2 + \cdots + S_{t-1})\}. \quad [6']$$

Studiamo dapprima la legge di probabilità di X_t; tale numero aleatorio ha una grande probabilità, $1 - c_t$, prossima ad 1, di essere nullo (probabilità di nessuna operazione chirurgica nell'anno t^{esimo}), e la funzione di ripartizione $\Phi_t(\xi)$, ha quindi l'andamento seguente:

$$\Phi_t(-0) = 0, \qquad \Phi_t(+0) = 1 - c_t, \qquad \Phi_t(+\infty) = 1.$$

Detta $\mathcal{M}'(X_t)$ ed $\mathcal{M}''(X_t)$ la speranza matematica di X_t nelle due ipotesi $X_t = 0$, $X_t \neq 0$, si ha

$$\mathcal{M}(X_t) = (1 - c_t)\,\mathcal{M}'(X_t) + c_t\,\mathcal{M}''(X_t) = c_t\,\sigma_t \quad [7]$$

perchè $\mathcal{M}'(X_t) = 0$, e $\mathcal{M}''(X_t) = \sigma_t$, ove si ponga σ_t = speranza matematica della spesa per operazioni chirurgiche nell'anno t^{esimo} subordinatamente all'ipotesi che l'individuo considerato si abbia a sottoporre nel detto anno ad operazioni chirurgiche.

L'espressione esatta di $\mathcal{M}(S_t)$, non è determinata dalla conoscenza delle leggi di probabilità degli X_t, ma dipende anche dall'indipendenza o interdipendenza di tali numeri aleatori, ed è, in ogni caso, complicata. Però si può facilmente caratterizzare, supponendo noti nulla più che i valori c_t e σ_t, l'andamento qualitativo di $\mathcal{M}(S_t)$ (più precisamente anzi delle somme $\mathcal{M}(S_1) + \mathcal{M}(S_2) + \ldots + \mathcal{M}(S_t)$) al variare del capitale assicurato C, e con ciò il comportamento qualitativo del premio unico ϱ al variare di C.

4. Per mettere in evidenza che studiamo $\mathcal{M}(S_t)$ in funzione del capitale assicurato C, indichiamo con $S_t(C)$ il valore di S_t quando il capitale assicurato sia C, $\mathcal{M}[S_t(C)]$ sarà allora la corrispondente speranza matematica. La caratterizzazione qualitativa dell'andamento di $f_t(C) = \mathcal{M}[S_1(C)] + \mathcal{M}[S_2(C)] + \ldots + \mathcal{M}[S_t(C)]$, di cui parlavamo, consiste nella dimostrazione delle tre proprietà seguenti: $f_t(C)$ è *funzione mai decrescente e convessa di* C (quindi, o sempre crescente, o crescente fino a un certo punto e poi costante); *per* $C \to \infty$ *è*

$$\mathcal{M}[S_t(C)] \to \mathcal{M}(X_t) \quad [8]$$

3 — *B. de Finetti.*

e quindi

$$f_t(C) \rightarrow \mathcal{M}(X_1) + \mathcal{M}(X_2) + \ldots + \mathcal{M}(X_t); \qquad [9]$$

per $C \rightarrow 0$ *è*

$$\frac{\mathcal{M}[S_t(C)]}{C} \rightarrow \left[\frac{d}{dC}\,\mathcal{M}[S_t(C)]\right]_{C=0} = C_t R_t - \varepsilon_t \qquad [10]$$

e quindi

$$\frac{f_t(C)}{C} \rightarrow f'_t(0) = C_1 R_1 + C_2 R_2 + \ldots + C_t R_t - \varepsilon'_t \qquad [11]$$

ove ε_t, ε'_t *sono termini correttivi, ordinariamente piccoli, che dipendono dall'indipendenza o interdipendenza tra le probabilità di operazione in anni successivi (v. n. 5).*

La seconda e la terza proprietà significano, in sostanza, come si vedrà meglio dalla dimostrazione, che, per valori di C molto grandi, la limitazione costituita dalla somma ridotta può esser trascurata, rispettivamente, per valori di C molto piccoli, può supporsi che in caso di operazione si paghi senz'altro la somma ridotta disponibile.

Dimostriamolo. Anzitutto $F_t(C) = S_1(C) + S_2(C) + \ldots + S_t(C)$ è *certamente* (e cioè in ogni caso, quali si siano $X_1, X_2, \ldots X_n$) funzione mai-decrescente e convessa di C:

$$F_t(C_2) \geqq F_t(C_1) \quad \text{se} \quad C_2 > C_1 \qquad [12]$$

$$\frac{F_t(C_2) - F_t(C_1)}{C_2 - C_1} \geqq \frac{F_t(C_3) - F_t(C_2)}{C_3 - C_2} \quad \text{se } C_3 > C_2 > C_1. \qquad [13]$$

Ciò è infatti vero per $\Sigma_1(C) = S_1(C)$, essendo

$$S_1(C) = CR_1 \quad \text{per } C \leq X_1/R_1$$

$$S_1(C) = X_1 \quad \text{per } C \geq X_1/R_1;$$

per induzione ciò segue per $F_t(C)$, qualunque sia t, avendosi

$$F_t(C) = F_{t-1}(C) + S_t(C) = \text{minimo tra } \{F_{t-1}(C) + X_t\} \text{ e } \{CR_t\} =$$

$$= CR_t \qquad \text{per } C \leq k_t$$

$$= F_{t-1}(C) + X_t \qquad \text{per } C \geq k_t$$

ove k_t è la radice (unica!) dell'equazione

$$k R_t - F_{t-1}(k) = X_t .$$

Supposto sia funzione mai-decrescente e convessa $F_{t-1}(C)$, l'espressione ora scritta mostra infatti che lo è del pari $F_t(C)$.

Ma se tali proprietà sono soddisfatte da $F_t(C)$ qualunque sia il sistema di valori assunto dai numeri aleatori $X_1, X_2, \ldots, X_t, \ldots$, a fortiori ne gode $f_t(C) = \mathcal{M}[F_t(C)]$. Esse si possono infatti scrivere

$$F_t(C_2) - F_t(C_1) \geq 0 \qquad (C_2 > C_1) \qquad [12']$$

$$F_t(C_2) - \left\{\frac{C_3 - C_2}{C_3 - C_1} F_t(C_1) + \frac{C_2 - C_1}{C_3 - C_1} F_t(C_3)\right\} \geq 0 \quad (C_3 > C_2 > C); \quad [13']$$

se un numero aleatorio X è certamente ≥ 0 è a fortiori $\mathcal{M}(X) \geq 0$, e quindi, prendendo i valori medi delle precedenti espressioni, si ha

$$f_t(C_2) - f_t(C_1) \geq 0 \qquad (C_2 > C_1) \qquad [14]$$

$$f_t(C_2) - \left\{\frac{C_3 - C_2}{C_3 - C_1} f_t(C_1) + \frac{C_2 - C_1}{C_3 - C_1} f_t(C_3)\right\} \geq 0 \quad (C_3 > C_2 > C_1); \quad [15]$$

si ha cioè che f_t gode delle proprietà asserite.

Che sia $\mathcal{M}[S_t(C)] \to \mathcal{M}(X_t)$ per $C \to \infty$, è pressochè evidente: perchè $\mathcal{M}(X_t)$ esista, deve infatti esistere il limite per $a \to \infty$ di $\int_0^a \xi \, d\Phi_t(\xi)$, e allora esiste, ed è manifestamente uguale, anche il limite di

$$\int_0^a \xi \, d\Phi_t(\xi) + a \int_a^\infty d\Phi_t(\xi),$$

espressione che è uguale ad $\mathscr{M}[S_t(C)]$ ponendo $a = CR_t$.

5. Veniamo all'ultimo teorema.
Per definizione è

$$1 - c_t = \lim_{\varepsilon \to 0} \Phi_t(\varepsilon) \quad (\varepsilon > 0);$$

fissato comunque piccolo θ, scegliamo $\varepsilon > 0$ sufficientemente piccolo perchè sia

$$\Phi_h(\varepsilon) < 1 - c_h + \theta/t \qquad \text{per } h = 1, 2, \ldots, t;$$

la probabilità p_ε che anche una sola delle X_h sia compresa tra $+0$ ed ε risulta allora minore di θ. Supposto $C < \varepsilon$ è certamente $CR_h < \varepsilon$ ($h = 1, \ldots, t$), ed è quindi minore di θ la probabilità che anche una sola delle X_h sia compresa tra $+0$ e CR_h; ne segue che, detto $S'_t(C)$ il numero aleatorio così definito [3]

$$S'_t(C) = 0 \qquad \text{se } X_t = 0, \tag{16}$$

$$S'_t(C) = CR_t - [S'_1(C) + \ldots + S'_{t-1}(C)] \quad \text{se } X_t > 0,$$

la probabilità p_C che $S'_t(C) \neq S_t(C)$ è dunque minore di θ se $C < \varepsilon$, mentre in ogni caso è certamente

$$0 \leq S_t(C) \leq S'_t(C) \leq CR_t\,,$$

e quindi

$$0 \leq S'_t(C) - S_t(C) \leq CR_t.$$

Per i valori medi ne discende

$$0 \leq \mathscr{M}[S'_t(C) - S_t(C)] \leq p_C\, CR_t$$

[3] Si noti, specie in relazione colla spiegazione del n. 4, il significato di $S'(C)$: esso è il valore dell'anticipo per B. O. C. nell'ipotesi che la clausola prevedesse, in ogni caso di operazione, l'anticipo dell'intera somma ridotta (detratti naturalmente gli eventuali anticipi precedenti).

ossia, se $C < \varepsilon$,

$$0 \leq \frac{1}{C}\left\{ \mathcal{M}[S'_t(C)] - \mathcal{M}[S_t(C)] \right\} < \theta R_t < \theta,$$

da cui, passando al limite per $C \to 0$ e tenendo conto che θ è arbitrariamente piccolo

$$\left[\frac{d}{dC}\,\mathcal{M}[S'_t(C)]\right]_{C=0} = \left[\frac{d}{dC}\,\mathcal{M}[S_t(C)]\right]_{C=0}. \qquad [17]$$

Il calcolo di $\mathcal{M}[S'_t(C)]$ è immediato, se si osserva che

$$F'_t(C) = S'_1(C) + S'_2(C) + \cdots + S'_t(C) = C R_h, \qquad [18]$$

ove h è l'ultimo, fra i valori $h = 1,2,\ldots\, t$, per cui è $X_h > 0$ (l'ultimo fra gli anni trascorsi in cui ha avuto luogo un'operazione chirurgica). È quindi

$$\mathcal{M}\,[F'_t(C)] = C\,(c_{1,t}\cdot R_1 + c_{2,t}\cdot R_2 + \ldots + c_{t-1,t}\cdot R_{t-1} + c_t \cdot R_t) \quad [19]$$

ove $c_{h,t}$ $(h < t)$ è la probabilità che un'operazione abbia avuto luogo nell'anno h^{esimo} e nessun'altra successivamente fino all'anno t^{esimo}. Si ha in generale

$$c_{h,t} = c_h\,(1 - p_{h,h+1})\,(1 - p_{h,h+2}) \ldots (1 - p_{h,t-1})\,(1 - p_{h,t}) \quad [20]$$

ove $p_{h,k}$, sia la probabilità che un individuo, operato nell'anno h^{esimo} e non più operato negli anni successivi $h+1, h+2 \ldots, k-1$, venga operato nell'anno k^{esimo}; nel caso che le probabilità delle operazioni siano indipendenti è in particolare $p_{h,t} = c_t$ e quindi

$$c_{h,t} = c_h\,(1 - c_{h+1})\,(1 - c_{h+2}) \ldots (1 - c_t). \qquad [21]$$

I casi estremi sarebbero $p_{h,k} = 0$, e quindi $c_{h,t} = c_h$ (corrispondenti all'ipotesi, possibile finchè $c_1 + c_2 + \ldots + c_t \geq 1$, che gli eventi considerati siano incompatibili, e cioè che uno stesso individuo non possa essere operato più di una volta negli anni $1, 2, \ldots, t$) e $p_{h,k} = 1$, e quindi $c_{h,t} = 0$ (corrispondenti all'ipotesi, possibile finchè $c_1 \leq c_2 \leq \ldots \leq c_t$, che gli eventi considerati siano successivamente implicati uno dall'altro, e cioè che un individuo operato in un anno qualsiasi debba necessariamente venire operato di nuovo in tutti gli anni successivi). In base a tali ipotesi estreme non si avrebbe però che la limitazione praticamente insufficente

$$\frac{1}{C}\,\mathcal{M}[F'_t(C)] = \text{cost.} = c_t R_t + (1-\Theta)(c_1 R_1 + c_2 R_2 + \ldots + c_{t+1} R_{t-1})$$
$$0 \leq \Theta \leq 1. \qquad [22]$$

Si può rendere però la limitazione praticamente interessante osservando che si può certamente supporre che la probabilità di operazioni ripetute non sia molto forte, ed esista quindi un η piuttosto piccolo tale che $c_{h,t} \geq c_h(1-\eta)$; la [22] sussiste allora con la limitazione più stretta $0 \leq \Theta \leq \eta$.

Per

$$S'_t(C) = F'_t(C) - F'_{t-1}(C)$$

si avrà

$$\mathcal{M}[S'_t(C)] = \mathcal{M}[F'_t(C)] - \mathcal{M}[F'_{t-1}(C)] = C\,[c_t R_t - $$
$$-(c_{1,t}-c_{1,t-1})R_1 - (c_{2,t}-c_{2,t-1})R_2 - \ldots - (c_{t-1,t}-c_{t-1})R_{t-1}]; \qquad [23]$$

notiamo che è

$$c_{h,t-1} - c_{h,t} = c_h(1-p_{h,h+1})(1-p_{h,h+2})\ldots(1-p_{h,t-1})\,p_{h,t} \qquad [24]$$

e in particolare nel caso dell'indipendenza

$$c_{h,t-1} - c_{h,t} = c_t\, c_h(1-c_{h+1})(1-c_{h+2})\ldots(1-c_{t-1}) \qquad [25]$$

mentre i casi estremi sono ancora 0 e c_h. La limitazione

$$\frac{1}{C}\,\mathcal{M}[S'_t(C)] = \text{cost.} = c_t R_t - \Theta(c_1 R_1 + c_2 R_2 + \ldots + c_{t-1} R_{t-1}),$$
$$0 \leq \Theta \leq 1, \qquad [26]$$

che scende dalla considerazione di queste possibilità estreme è anche in tal caso, e anzi ancor più, insufficiente per ogni applicazione; la si può però fortemente precisare supponendo di conoscere un limite superiore η'

per le probabilità $p_{h,t}$: $p_{h,t} \leq \eta'$ $(h, t = 1, 2, \ldots)$: allora infatti $c_{h,t-1} - c_{h,t} \leq c_h \eta'$, e la [26] sussiste con la limitazione più stretta $0 \leq \Theta \leq \eta'$.

6. Dalle conclusioni sull'andamento degli studiati valori medi al variare di C scendono subito analoghe conclusioni circa il comportamento al variare di C del premio unico

$$\begin{aligned} \varrho(C) &= \Sigma_t \varrho_t \mathscr{M}[S_t(C)] = \Sigma_t \varrho_t \{\mathscr{M}[F_t(C)] - \mathscr{M}[F_{t-1}(C)]\} = \\ &= \Sigma_t (\varrho_t - \varrho_{t+1}) \mathscr{M}[F_t(C)] = \Sigma_t (\varrho_t - \varrho_{t+1}) f_t(C). \end{aligned} \quad [27]$$

Essendo $\varrho_t > \varrho_{t+1}$, risulta che $\varrho(C)$ è una combinazione lineare a coefficenti positivi delle funzioni $f_t(C)$ e ne segue senz'altro che $\varrho(C)$ gode delle proprietà seguenti:

$\varrho(C)$ è funzione crescente e convessa di C (soddisfa cioè le limitazioni espresse dalle [14] e [15]

$$\text{per } C \to \infty \text{ è } \varrho(C) \to \varrho_\infty = \Sigma_t \varrho_t c_t \sigma_t \quad [28]$$

$$\text{per } C \to 0 \text{ è } \frac{\varrho(C)}{C} \to \varrho'_0 = \Sigma_t \varrho_t \{c_t R_t - \Theta(c_1 R_1 + \ldots)\} \quad [29]$$

e in particolare nel caso dell'indipendenza delle probabilità d'operazione nei diversi anni

$$\varrho'_0 = \Sigma_t \varrho_t c_t \left\{ R_t - \sum_{1}^{t-1}{}_h c_h (1 - c_{h+1}) \ldots (1 - c_{t-1}) R_h \right\}. \quad [30]$$

In particolare abbiamo quindi le limitazioni

$$\varrho(C) \leq \varrho_\infty, \quad [31]$$

$$\varrho(C) \leq C \varrho'_0, \quad [32]$$

che potrebbero anche ritenersi sufficenti, nell'ordine di approssimazione usato nella pratica per determinare il prezzo di coassicurazioni secondarie, per valutare il prezzo del B. O. C. ponendo

$$\begin{aligned} \varrho(C) &= C \varrho'_0 && \text{per } C \leq \varrho_\infty / \varrho'_0 \\ \varrho(C) &= \varrho_\infty && \text{per } C \geq \varrho_\infty / \varrho'_0. \end{aligned} \quad [33]$$

7. Per poter passare ad applicazioni effettive dovremmo ora naturalmente procedere a una valutazione delle probabilità c_t e delle speranze matematiche σ_t; si capisce che una valutazione da applicarsi in pratica non potrà esser fatta, come pur sarebbe ragionevole, individuo per individuo, tenendo conto di tutte le circostanze che determinano il suo stato iniziale (età x, condizioni sanitarie risultanti dalla visita medica, condizioni di vita, ecc. ecc.), ma che, come si fa del resto per le probabilità di morte, si dovrà limitarsi a stabilire dei valori fissi da usare per tutti gli individui indistintamente o almeno per tutti quelli di un dato gruppo (p. es. secondo l'età), regolandosi *come se* le probabilità relative a ogni singolo individuo del gruppo si ritenessero uguali.

Avendo a disposizione dei dati dettagliati o conoscendo delle ragioni d'indole medica che facciano ritenere plausibile un certo modo di variare della probabilità d'operazione ad es. in funzione dell'età o di altri fattori, si potrebbero fissare delle tavole analoghe a quelle delle probabilità di morte; per ora ci potremo invece limitare a considerare un unico valore c e un unico valore σ validi per qualunque individuo, indipendentemente da ogni altra circostanza.

Allora è facile una valutazione delle due costanti c e σ in base anche a scarsi dati statistici: c è infatti la frequenza media annua prevista per i prossimi anni, di individui che vengono operati, e, se si prende per base di questa valutazione la frequenza osservata in passato, si può assumere rispettivamente:

c = frequenza media annua osservata di individui che si sottopongono ad operazioni chirurgiche, ossia praticamente (trascurando i casi di più operazioni in un anno)

$$c = \frac{\text{numero delle operazioni chirurgiche}}{\text{numero degli anni-individui osservati}} ;$$

σ = spesa media annua per operazioni chirurgiche degli individui operati nell'anno, ossia praticamente (come sopra)

σ = costo medio di un'operazione chirurgica =

$$= \frac{\text{spesa totale per operazioni chirurgiche}}{\text{numero delle operazioni chirurgiche}} .$$

Si ha poi (indipendentemente dalla precedente semplificazione):

$c\,\sigma$ = spesa media annua per operazioni chirurgiche =

$$= \frac{\text{spesa totale per operazioni chirurgiche}}{\text{numero degli anni-individui osservati}} .$$

8. Considerando c e σ costanti, le formule del n. 6 si semplificano come segue

$$\varrho_{\infty} = c\,\sigma \sum_t \varrho_t\,, \qquad [34]$$

$$\varrho'_0 = c\left[\sum_t \varrho_t R_t - c^2 \sum_t \varrho_t (R_1 + R_2 + \ldots + R_{t-1})\right]; \qquad [35]$$

nel caso dell'indipendenza si ha in particolare

$$\varrho'_o = c \sum_t \varrho_t R_t - c^2 \sum_t \varrho_t \sum_1^{t-1}{}_s R_s (1-c)^{t-1-s}. \qquad [36]$$

9. Vediamo qualche esempio numerico, allo scopo di rendersi conto dell'ordine di grandezza di $\varrho\,(C)$.

È opportuno anzitutto chiarire il significato delle espressioni $\Sigma_t \varrho_t$ e $\Sigma_t \varrho_t R_t$ nel caso più semplice, cui negli esempi ci limiteremo, d'assicurazioni miste [caso a) del n. 2]: esse danno il valore di una rendita pagabile fino alla morte, o al più tardi fino alla scadenza, per degli importi di

$d \qquad 2d \qquad 3d \qquad \ldots \qquad kd \qquad \ldots$

e rispettivamente di

$dR_1 \quad d\,(R_1+R_2) \quad d\,(R_1+R_2+R_3) \quad \ldots \quad d\,(R_1+R_2+\ldots+R_k) \ldots$

nell'anno

$1^o,\ 2^o,\ 3^o, \ldots,\ k^{esimo}, \ldots$

dove $d = 1 - v$.

Ecco alcuni valori, basi tecniche H^M 4 %:

(1) $\sum_t \varrho_t$

Età	Mista ; durata			
	10	15	20	25
20	1.54	2.91	4.39	5.88
30	1.53	2.85	4.28	5.66
40	1.49	2.75	4.03	5.19
50	1.42	2.51	3.51	4.26

(2) $\sum_t \varrho_t R_t$, supposto $R_t = \frac{t}{n}$ $(R_t = 0 \text{ per } t \leq 3)$:

Età	Mista; durata			
	10	15	20	25
20	0.44	0.89	1.35	1.78
30	0.44	0.87	1.31	1.69
40	0.43	0.83	1.21	1.51
50	0.39	0.74	1.01	1.16

10. Il materiale più adatto per una effettiva valutazione di c e σ non potrebbe esser dato che dalle statistiche nosocomiali; non sarà tuttavia priva del tutto d'interesse una valutazione, sia pur grossolanamente approssimativa, basata sull'esperienza della prima Compagnia che introdusse il B. O. C.

Gli anticipi per B. O. C. pagati dalle "Assicurazioni Generali" fino verso la metà del 1933 furono 72, territorialmente distribuiti come segue: Italia 17, Austria 14, Ungheria 13, Polonia 9, Grecia 4, Jugoslavia 4, Egitto 3, vari 8. L'ammontare totale delle anticipazioni (avvenute in dodici valute diverse) corrisponde a poco più di 200 000 lire italiane, con una media di circa L. 3000 per operazione. Il numero degli anni-polizze sotto osservazione per riguardo al B. O. C. non potè esser valutato che mediante una stima molto grossolana, non esistendo, naturalmente, un'evidenza a parte per le polizze godenti del B. O. C. e del loro movimento; approssimativamente il numero di tali anni-polizze dovrebbe aggirarsi intorno a 100 000, il che darebbe una probabilità di operazione del 0.7 ‰. La distribuzione territoriale, irregolare in rapporto al numero delle polizze, lascia però presumere che in certi paesi (segnatamente Cecoslovacchia e Francia) l'utilità del beneficio sia passata più o meno inosservata. Tenendo conto di questa osservazione, e del carattere largamente approssimativo della stima precedente, assumeremo come valore di c in cifra tonda l'1 ‰; come valore di σ assumeremo 3000 lire. La spesa media annua individuale per operazioni chirurgiche risulta allora $c\,\sigma = 3$ L.

In base a questi valori, il prezzo (premio unico) del B. O. C. per un'assicurazione mista si potrebbe valutare in media (indipendentemente dall'età) come segue:

durata	10;	0.45 ‰	del capitale assic.	con un massimo di L.	4.50
"	15;	0.85 ‰	" " "	" " " " "	8.50
"	20;	1.30 ‰	" " "	" " " " "	13.—
"	25;	1.65 ‰	" " "	" " " " "	16.50

11. Quello finora determinato era però il valore dell'aggravio derivante all'assicuratore dalla concessione della clausola B. O. C. nel caso che da tale concessione non gli derivasse nessun vantaggio. Se ad es. l'assicurato è sufficientemente ricco per sottoporsi a proprie spese a qualunque operazione indipendentemente dall'aiuto della Compagnia, oppure tanto povero da aver diritto alle cure gratuite, non c'è altro da aggiungere. Ma supponiamo invece d'ora in avanti che l'assicurato sia in grado di sottoporsi all'operazione soltanto grazie al B. O. C.; si tratta certamente di un'ipotesi-limite, ma è quella che occorre perchè abbia senso il confronto fra aggravio e beneficio abbozzato fin dal principio. Dobbiamo chiederci allora quale sarebbe stato l'effetto della mancata operazione; anzichè considerare un peggioramento delle future probabilità di morte, che sarebbe l'ipotesi più generale, sembra lecito impostare il problema in modo più schematico e significatico: supponendo cioè che, ove l'operazione non si fosse potuta fare, l'assicurato, o sarebbe morto fra breve tempo, o sarebbe guarito perfettamente. Diciamo a e $1 - a$ la probabilità che un individuo, non avendo potuto sottoporsi all'operazione, muoia, o che guarisca ugualmente; dato il carattere approssimativo delle seguenti considerazioni sembra inutile supporre $a = a_t$ funzione di t, o altro, ed a sarà semplicemente "la percentuale di operazioni chirurgiche che salvano la vita".

Poichè il danno dell'assicuratore in caso di morte nell'anno t è $C(1 - V_t)$ (V_t = riserva matematica dopo t anni), il vantaggio che esso ha per il fatto che l'assicurato abbia i mezzi per sottoporsi ad un'eventuale operazione chirurgica è, per l'anno t^{esimo},

$$\delta_t = a\, c_t \cdot {}_tE_x\, C(1 - V_t) \qquad [37]$$

e per tutta la durata

$$\delta = \Sigma_t\, \delta_t = a\, C\, \Sigma_t\, c_t \cdot {}_tE_x\, (1 - V_t) = k\, a\, C \qquad [38]$$
$$\text{con } k = \Sigma_t\, c_t \cdot {}_tE_x\, (1 - V_t).$$

Si tratta ora di confrontare δ con ϱ, per esaminare quando il vantaggio compensi parzialmente, compensi totalmente, o addirittura superi l'aggravio. Poniamo $\lambda = \delta/\varrho$, avremo

$$\lambda = a\, C \, \frac{\sum_t c_t \cdot {}_tE_x (1 - V_t)}{\sum_t \varrho_t \, \mathcal{M}[S_t(c)]} = \frac{k\, a\, C}{\varrho(C)},$$

e sarà nei tre casi rispettivamente $\lambda < 1$, $\lambda = 1$, $\lambda > 1$.

12. Il comportamento qualitativo di λ al variare di C è dunque determinato, dipendendo da quello, già studiato, di $\varrho(C)$; partendo da un valore minimo

$$\lambda_0 = \frac{k a}{\varrho'_0} \qquad [40]$$

per C prossimo a 0, λ cresce continuamente al crescere di C, e tende all'infinito avendo per asintoto la retta $\frac{k a}{\varrho_\infty} C$: per C grande, è cioè

$$\lambda(C) \sim \frac{k a}{\varrho_\infty} C. \qquad [41]$$

I casi possibili sono quindi due: o è $\lambda_0 = k a/\varrho'_0 \geq 1$, e allora si ha un vantaggio qualunque sia C; o è $\lambda_0 = k a/\varrho'_0 < 1$, e allora si ha un danno per C inferiore a un certo limite $\bar{C}$, e un vantaggio sempre maggiore per C superiore a tale limite. Quanto all'influenza di a, si noti che se è $k/\varrho'_0 \geq 1$, si è nel primo o secondo caso a seconda che a è o non è sufficientemente grande, mentre nel caso opposto, per grande che sia a (necessariamente ≤ 1) si è sempre nel secondo caso.

13. Interessa praticamente anzitutto farsi un'idea dell'ordine di grandezza di

$$\frac{k}{\varrho'_0} = \frac{\sum_t c_t \, {}_tE_x (1 - V_t)}{\sum_t c_t \, \varrho_t \, R_t - \Theta \ldots}; \qquad [42]$$

con le semplificazioni del n. 8 e trascurando il termine correttivo in c^2 si ha in prima approssimazione

$$\frac{k}{\varrho_0'} = \frac{\sum_t {}_tE_x (1 - V_t)}{\sum_t {}_tE_x R_t (1 - A_t)} \text{ [4]}. \qquad [42']$$

Se la somma ridotta R_t fosse quella matematica, si avrebbe $R_t = V_t/A_t$; in pratica sarà $R_t = \varphi_t V_t/A_t$ con $\varphi_t < 1$, e, essendo φ un opportuno valore medio dei φ_t, si avrà

$$\sum_t {}_tE_x R_t (1 - A_t) = \varphi \cdot \sum_t {}_tE_x (1 - A_t) V_t/A_t \qquad [43]$$

$$\frac{k}{\varrho_0'} = \frac{1}{\varphi} \frac{\sum_t {}_tE_x (1 - V_t)}{\sum_t {}_tE_x (1 - A_t) V_t/A_t} = \frac{1}{\varphi} \frac{\sum_t {}_tE_x \frac{V_t}{A_t} (1 - A_t) \frac{A_t}{V_t} \cdot \frac{1 - V_t}{1 - A_t}}{\sum_t {}_tE_x \frac{V_t}{A_t} (1 - A_t)} \qquad [44]$$

Ma

$$\frac{A_t}{V_t} \cdot \frac{1 - V_t}{1 - A_t} = 1 + \frac{A_t - V_t}{V_t (1 - A_t)} = 1 + \frac{p}{d} \frac{1}{V_t} \qquad [45]$$

$(p = \text{premio puro},\ d = 1 - v)$

per tutte le assicurazioni per cui il pagamento del premio cessa solo alla liquidazione della somma assicurata (miste, morte, vitalizie) e approssimativamente anche per le assicurazioni a termine fisso (trascurando la differenza fra rendita certa e vitalizia). Si ha quindi nel detto caso

$$\frac{k}{\varrho_0'} = \frac{1}{\varphi} \left[1 + \frac{p}{d} \frac{\sum_t {}_tE_x (1 - A_t)/A_t}{\sum_t V_t\, {}_tE_x (1 - A_t)/A_t} \right] = \frac{1}{\varphi} \left[1 + \frac{p}{d\,V} \right] \qquad [46]$$

ove V è la media ponderata di V_t coi pesi ${}_tE_x (1 - A_t)/A_t$ (ossia coi pesi ${}_tE_x/P_{x+t,n-t}$ ove $P_{x+n,n-t}$ è il premio annuo per l'assicurazione residua).

---

[4] Con A_t indichiamo brevemente il premio unico dell'assicurazione dopo t anni trascorsi: nei casi del n. 2 è quindi

a) $A_t = \bar{A}_{x+t}$, b) $A_t = A_{x+t,\overline{n-t}|}$, c) $A_t = v^{n-t}$.

Eseguendo il calcolo, si trova che V varia poco e si aggira intorno a 0.20 (è leggermente decrescente al crescere della durata, e a parità di durata, ed ancor più leggermente, al crescere dell'età). Per il nostro scopo è sufficiente considerare $V = 0.20$, e avremo

$$\frac{k}{\varrho_0'} \backsim \frac{1}{\varphi}\left(1 + 5\,\frac{p}{d}\right). \qquad [46']$$

In pratica k/ϱ_0' varia all'incirca tra 4 e 9; in media si aggira intorno a 7 (valore che ha approssimativamente per una mista di durata 20 se l'età non è troppo avanzata).

14. Concludendo: il caso $k/\varrho_0' < 1$ non si verifica mai; k/ϱ_0' varia invece praticamente tra 4 e 9, ed è prossimo a 7 nei casi più frequenti. Ciò vuol dire che il B. O. C. è sempre vantaggioso per la compagnia, e cioè anche per somme piccole, se almeno in un caso ogni 7 esso giova a risparmiare un sinistro, mentre se la percentuale di morti evitate è minore, la convenienza si ha soltanto al di là di una somma assicurata sufficientemente grande.

È necessario però ricordare quale è l'ipotesi-limite che abbiamo dovuto adottare (n. 11) e tener conto che se la somma assicurata è alta, l'assicurato è presumibilmente ricco e poteva farsi operare anche a sue spese, mentre se la somma assicurata è bassa, basso è anche il massimo anticipo accordabile per B. O. C. e difficile quindi che esso sia sufficiente per un'operazione seria. Bisognerebbe quindi concludere che il massimo vantaggio del B. O. C. si ha per le categorie di persone a reddito fisso assicurate per somme abbastanza elevate, e si potrà ritenere, senza fare un calcolo preciso, ma partendo dal valore di λ_0 e tenendo conto che $\lambda(C)$ è crescente, che un vantaggio si ha per tali categorie, a un dipresso, se il B. O. C. giova a risparmiare un sinistro almeno una volta su ogni 10–15 casi in cui viene concesso.

LE " BÉNÉFICE OPÉRATIONS CHIRURGICALES " (B. O. CH.) *(Résumé)*

par

B. DE FINETTI (Trieste).

Le B. O. Ch., comme d'ailleurs toute forme de prévoyance d'ordre sanitaire en faveur des assurés, entraîne pour l'assureur un sacrifice matériel qui a comme contre-partie un bénéfice matériel direct, en raison de l'amélioration présumable de la mortalité des assurés bénéficiant de ces mesures de prévoyance, et un avantage indirect, matériel et idéal en même temps, découlant de la valeur desdites mesures de prévoyance comme propagande pour l'idée de l'assurance et enfin une utilité hygiénique-sanitaire. Bien que ce dernier effet soit sans contredit le plus intéressant, une analyse actuarielle, limitée nécessairement aux deux premiers aspects de la question étudiée, a une utilité incontestable, parce qu'on doit être toujours en mesure de juger si un engagement quelconque est possible et non disproportionné.

Pour une forme d'assurance donnée soient $\varrho\,(C)$ et $\delta\,(C)$ respectivement la valeur de la charge assumée par la Compagnie en ce qui concerne le B. O. Ch. et celle de l'avantage direct qu'elle compte en tirer, exprimés en fonction du capital assuré C. L'auteur démontre qu'alors que $\delta\,(C)$ est fonction linéaire de C, $\varrho\,(C)$ est fonction croissante convexe, avec limite finie, ϱ_∞ pour $C \to \infty$, nulle et ayant une dérivée finie, ϱ_0' pour $C \to 0$. On détermine la valeur de ϱ_∞ et celle de ϱ_0' en se basant sur la circonstance intuitive, démontrée rigoureusement dans le texte du mémoire, que pour C très élevé le calcul peut être effectué comme si la clause B. O. Ch. prévoyait l'avance des frais entiers découlant des opérations, indépendamment de la comparaison avec la somme réduite, et pour des C très faibles comme si la dite clause prévoyait par contre l'avance de toute la somme réduite dans chaque cas d'opération chirurgicale, indépendamment des frais effectivement supportés (au lieu du montant le moins élevé des deux, comme il est prévu en realité).

Parmi les conclusions pratiques il faut faire ressortir ceci: aussi bien $\varrho\,(C)$ que $\delta\,(C)$ croissent très rapidement en fonction de la durée, tandis qu'ils varient moins en fonction de l'âge; la situation économique de l'assuré étant donnée, il en résulte que la Compagnie tire toujours un avantage au moins à partir d'une certaine valeur $\bar{C}$ de C, avantage qui croît si C est croissant; pour trouver une compensation aussi pour des C faibles (pour qu'il y ait $\bar{C} = 0$) il faudrait que l'avance inhérente au B. O. Ch. consentît d'éviter un sinistre au moins une fois sur 7 cas environ où elle est consentie.

THE "SURGICAL OPERATION BENEFIT" (S. O. B.) *(Abstract)*

by

B. DE FINETTI (Trieste).

Like every medical service in favour of the assured, the S. O. B. constitutes a material sacrifice for the Company. Against this there must be placed, however, an immediate concrete advantage derived from the improved mortality to be expected among the assured benefiting by the service and at the same time an indirect advantage composed of two elements: the general propaganda effect of such services for life assurance and the social aspect of improved medical service. The last is no doubt the most important however an actuarial study, although necessarily confined to weighing the cost of such a service against the material benefit derived from it, may yet have a certain value, since the Company must be able to decide whether the burden of such a service can be borne by it or whether such burden is out of proportion with its result.

For a given type of assurance, let $\varrho(C)$ and $\delta(C)$ respectively be the cost to the Company of granting the S. O. B. and of the immediate advantage derived from it, expressed as functions of the capital insured C. It is then shown that, while $\delta(C)$ is a linear function of $C, \varrho(C)$ is an increasing convex function which has the finite limit ϱ_∞ for $C \to \infty$, and which vanishes and has a finite derivative ϱ'_0 when $C \to 0$; the values of ϱ_∞ and of ϱ'_0 are determined to provide for the immediate payment of part of the sum assured and it is rigorously proved in the text that where C is very large the calculation can be made as though the S. O. B. clause provided for the loan of the whole operation expenses independently of the reduction in sum assured and for cases where C is very small provided for a loan equal to the whole reduced sum in the case of every operation

independently of the actual expense incurred (or rather the smaller of the two sums as provided by the clause).

Some of the practical conclusions are: both $\varrho(C)$ and $\delta(C)$ increase very rapidly with the duration of the contract, but are much less affected by the age of the assured; where the economic situation of the assured is the same, the Company derives a certain advantage where C is greater than $\overline{C}$ and this advantage increases as C becomes larger; in order that the expense should be compensated also where C is small (since $\overline{C} = 0$) it would be necessary that the S. O. B. loan should save the Company one loss at least every seven times that it is granted.

DIE "OPERATIONSKOSTENBEGÜNSTIGUNG" (O. K. B.) *(Auszug)*

von

B. DE FINETTI (Trieste).

Die Operationskostenbegünstigung (O. K. B.), wie im allgemeinen jede sanitäre Vorsorge zu Gunsten der Versicherten, stellt ein materielles Opfer für die Versicherungsgesellschaft dar, dem ein direkter und ein indirekter Vorteil entgegengestellt werden kann; ersterer ergibt sich aus der zu erwartenden Sterblichkeitsverbesserung der die Begünstigung geniessenden Versicherten; der zweite hingegen, welcher gleich zeitig sowohl eine materielle als auch eine ideelle Bedeutung hat, kommt in den propagandistischen und in den sozialhygienischen Auswirkungen zum Ausdruck. Obwohl die zuletzt erwähnten Vorteile unzweifelhaft die bedeutenderen sind, können dieselben mathematisch nicht erfasst werden; nichtsdestoweniger bietet eine technische Untersuchung, die sich notwendigerweise auf die direkten Auswirkungen beschränken muss, auch ein gewisses Interesse, indem sie eine Aussage darüber ermöglicht, ob und inwieweit die von der Gesellschaft übernommenen Verpflichtungen als tragbar und angemessen betrachtet werden dürfen.

Bei einer gegebenen Versicherungsform sei $\varrho(C)$ der Barwert der aus den Operationskosten zu erwartenden Belastung der Gesellschaft und $\delta(C)$ der Barwert der zu erwartenden direkten Vorteile, beide ausgedrückt als Funktion der Versicherungssumme C. Es wird gezeigt, dass $\delta(C)$ eine lineare Funktion von C ist, während $\varrho(C)$ eine konvexe, monoton wachsende Funktion ist, welche für $C \to \infty$ einem endlichen Grenzwert ϱ_∞ zustrebt, für $C \to 0$ hingegen verschwindet und dortselbst eine endliche Ableitung ϱ'_0 besitzt. Die Werte ϱ_∞ und ϱ'_0 ergeben sich auf Grund einer intuitiven, in der Arbeit in aller Strenge dargelegten Ueberlegung, wonach einerseits für sehr grosse Werte von C

die Rechnungen unter der Annahme durchgeführt werden können, dass die O. K. B. eine Vorauszahlung in der Höhe der totalen Operationskosten — unabhängig von der jeweiligen verminderten Versicherungssumme — vorsehe, während anderseits für sehr kleine Werte von C angenommen werden kann, dass bei jeder Operation die ganze verminderte Versicherungssumme, unabhängig von den wirklichen Operationskosten, zur Auszahlung gelange (statt, wie es in der Praxis geschieht, jeweils der kleinere der erwähnten beiden Beträge).

Es ergibt sich, dass sowohl $\varrho(C)$ als auch $\delta(C)$ bei längeren Versicherungsdauern rapid ansteigen, hingegen vom Alter minder abhängig sind; ferner, dass die Gesellschaft — bei gegebener wirtschaftlicher Lage eines Versicherten — zumindest von einer bestimmten Versicherungssumme C angefangen Vorteile zu erwarten hat, welche mit wachsendem C stets ansteigen. Um auch für kleinere Versicherungssummen eine Kompensation zu erreichen (d. h. damit $\bar{C} = 0$ sei), müsste ungefähr bei je 7 Versicherten, an die eine Vorauszahlung zu Operationszwecken auf Grund der O. K. B. geleistet wurde, die Vermeidung von zumindest einem Schaden erzielt werden.