

***Le proposte per la matematica
nei nuovi licei:***
informazioni, commenti critici, suggerimenti

PARTE PRIMA

GENERALITÀ

1. IL PUNTO SULLA SITUAZIONE.

I lavori intesi a concretare le proposte dei matematici riguardo all'insegnamento della loro materia nei nuovi licei si sono recentemente conclusi con l'approvazione di deliberazioni e raccomandazioni e con la formulazione di programmi:

per il 1° biennio, nell'incontro del 23-26 febbraio 1966,

per il triennio, nell'incontro del 16-18 febbraio 1967,

entrambi tenutisi presso il Centro Europeo dell'Educazione (Villa Falconieri, Frascati).

La questione, più specificamente affidata alla Commissione Italiana per l'Insegnamento Matematico (C.I.I.M.), fu dibattuta in una lunga serie di convegni (iniziatisi a Gardone, 1963), ai più importanti dei quali (e soprattutto ai due conclusivi sopra indicati) parteciparono l'Unione Matematica Italiana (U.M.I.) col Presidente e i membri della Commissione Scientifica, professori universitari e di licei in rappresentanza delle varie sedi, membri del Consiglio Superiore della P.I., alti funzionari del Ministero della P.I. e rappresentanti del Centro Didattico Nazionale per i Licei (Cfr. P.S., pag. 153).

Il giorno stesso in cui il ciclo ufficiale dei lavori si è concluso (18 febbraio 1967) la Commissione It. Ins. Mat. si riunì per fare il punto sulla situazione e vedere cosa restava da fare e come convenisse farlo. I testi ufficialmente approvati costituiscono il raggiungimento di alcune conclusioni fondamentali, ma essi sono lungi dalla possibilità di fornire al lettore (ed in modo particolare agli insegnanti) un'indicazione e visione sufficiente e viva di ciò che dicono e prescrivono, e più ancora delle motivazioni che vi hanno condotto, delle divergenze di idee e tendenze che si sono contrapposte e avvicinate

per giungere a un accordo o che in parte possono sussistere consentendo entro certi limiti diversità d'interpretazioni e libertà di scelte.

Rimase convenuto che era opportuno venisse data la massima pubblicità ai programmi e ai criteri informativi della linea adottata, sia, se sarà possibile, con delucidazioni « ufficiose » concordate tra i membri della C.I.I.M. e redatte da ciascuno per una parte di suo speciale interesse, e sia anche in altra forma e individualmente, anche esprimendo opinioni personali sui diversi modi possibili di concretare le sommarie indicazioni dei programmi.

Il presente scritto rientra in quest'ultimo tipo di illustrazione. La forma più adeguata per un compito del genere era stata ravvisata in una specie di « traccia per un libro di testo rispondente a un determinato atteggiamento »; pur non potendo accingermi ad un compito tanto gravoso, cercherò di riuscire ugualmente a fare almeno intuire ad un lettore attento e preparato sia la struttura d'insieme che darei a un tale « libro » che l'impostazione particolare di certi argomenti (sui quali darò qualche cenno più esteso).

Ma, prima ancora di entrare in siffatti aspetti tecnici riguardanti lo svolgimento dei nuovi programmi, gioverà intrattenersi su diverse importanti questioni generali e sugli atteggiamenti apparsi riguardo ad esse.

2. INCOGNITE E AUSPICI PER I NUOVI LICEI.

Nel formulare proposte e programmi per i nuovi licei c'era anzitutto una difficoltà preliminare: il fatto che non si sapeva (e ancora non si sa) quanti e quali saranno questi « nuovi licei ». Dalla possibilità di un unico liceo, con diverse opzioni per differenziarne degli indirizzi, ad una proliferazione di tipi diversi più o meno numerosi, le ipotesi sono svariate, e la decisione è di spettanza del legislatore.

Più che l'aspetto burocratico del numero di diverse denominazioni di tipi di istituti, contava però, agli effetti delle proposte da avanzare, l'aspetto sostanziale, di una più o meno differenziata distribuzione di « peso » tra le diverse materie (comunque venissero differenziati « indirizzi » mediante opzioni oppure « tipi » di istituti). Su questo aspetto, benchè il problema non riguardasse unilateralmente i matematici ma congiuntamente tutti i cultori delle varie materie, era tuttavia opportuno prendere un atteggiamento circa la soluzione ritenuta auspicabile, e conseguentemente orientarsi fra la predisposizione di un programma unico o di programmi diversi.

La scelta corrisponde a una decisione di fondo, che va esaminata sia sotto il profilo generale che sotto quello particolare della matematica.

Scegliere una forte differenziazione fra i diversi tipi (o indirizzi) dei licei significherebbe tendere a perpetuare una separazione e incomprendimento reciproca fra le « due culture », anticipare una scelta difficilmente reversibile per il proseguimento degli studi (o addirittura condizionare l'accesso alle diverse Facoltà universitarie a seconda della scuola di provenienza, retrogredendo rispetto alle recenti liberalizzazioni), preoccuparsi di intensificare una preparazione specialistica matematico-scientifica in un certo tipo di scuola disinteressandosi degli altri. Una circostanza a favore di questa tesi era il buon ricordo di un'ottima scuola da lungo tempo soppressa: la « sezione fisico-matematica » dell'Istituto tecnico; perchè non fare del liceo scientifico qualcosa di simile a quel modello?

Prevalse però largamente la tendenza opposta, intesa, nell'interesse della cultura nel suo insieme, a superare la deprecata scissione e incomprendimento, e, nell'interesse particolare della comprensione per la matematica, a preoccuparsi anzitutto che essa divenisse patrimonio intellettuale apprezzato e fecondo per tutti, *specialmente per coloro che non avrebbero proseguito lo studio della matematica all'Università*. Principale preoccupazione fu quindi (per coloro che ebbero contatti al riguardo) di assicurare alla Matematica un minimo di 3 ore per ciascun anno in ogni possibile tipo di liceo. Sotto questa premessa, il programma poteva e doveva essere unico come elencazione di argomenti: tutti dovrebbero, sugli argomenti di tale programma comune minimo, sapere di che si tratta con comprensione sufficientemente chiara. La differenziazione potrà riguardare il modo, più o meno « tecnico » e dettagliato, di studiare i medesimi argomenti, il maggior interesse per certi aspetti, ecc., come è ottimamente detto nei due documenti ufficiali riportati nel seguente n. 3. Ivi (in fine) è anche un cenno a una maggiore differenziazione nell'eventualità di un liceo magistrale che conservasse il carattere *abilitante*.

Come opinione personale, concordo pienamente con questo secondo punto di vista; aggiungo anzi che ritengo assai favorevole per gli studi matematici la possibilità di attingere elementi di diversa provenienza capaci di vedere i problemi secondo mentalità e preparazione disparate. Molti degli scienziati (e in particolare cultori di teorie a fondo matematico) maggiormente originali sono autodidatti; molti fra gli allievi migliori in matematica che ebbi alla Facoltà di

Economia e Commercio provenivano dall'Istituto tecnico (ed ho sempre deplorato che tuttora i ragionieri non possano accedere alla Laurea in matematica ... neppure se laureati in Economia e commercio con una tesi di natura matematica!).

3. UNICITÀ E DIFFERENZIAZIONE DEI PROGRAMMI.

L'espressione ufficiale del punto di vista in argomento si trova in due documenti approvati a grandissima maggioranza nei due incontri di Frascati riguardanti rispettivamente il primo biennio ed il triennio.

Nel primo si dice che il *Convegno*:

a) auspica *in primo luogo vivamente che il primo biennio sia comune a tutti i tipi di liceo*;

b) *nella deprecata eventualità che ciò non avvenga, ritiene indispensabile che le differenziazioni non siano accentuate, in modo da rendere agevole il passaggio dall'uno all'altro liceo*;

c) *in ogni caso afferma che:*

- *la matematica per il suo carattere altamente formativo, per la sua crescente importanza nel mondo moderno e quale elemento essenziale di ogni tipo di cultura, deve essere considerata materia basilare, come l'italiano, e il suo insegnamento non deve essere differenziato nel primo biennio*;
- *di conseguenza lo stesso programma di matematica deve essere impartito nello stesso numero di ore settimanali*;
- *a tale scopo sono indispensabili almeno 3 ore settimanali di insegnamento.*

Nel secondo si dà il seguente *Chiarimento*:

Si fa presente che trattasi di un programma minimo di base e che, salvo le indicazioni date più avanti per il liceo magistrale, la formulazione è unica per tutti i tipi di liceo contemplati nella riforma tuttora in corso di elaborazione. La differenziazione potrà tuttavia avvenire anche in larga misura senza alterare l'elencazione degli argomenti e la struttura del programma, e ciò sia in relazione alle diverse finalità di ogni tipo di istituto, come in conseguenza del diverso numero di ore settimanali (tre ogni anno come minimo in ogni tipo di istituti; un numero adeguatamente accresciuto negli istituti con più spiccato interesse scientifico e tecnico).

Negli istituti a tendenza «umanistica» tutti gli argomenti andranno veduti soprattutto sotto l'aspetto culturale storico e informativo, curando il tecnicismo fino al solo punto in cui esso è indispensabile per dare un contenuto concreto e assicurare una comprensione precisa della materia.

Negli istituti a tendenza «scientifica» ogni argomento andrà sviluppato maggiormente sia in estensione che come insistenza negli sviluppi tecnici e come approfondimento di nozioni teoriche e di applicazioni pratiche.

Negli istituti di tipo «magistrale» (ove potranno apportarsi anche cambiamenti più radicali, secondo uno schema già delineato, nell'ipotesi che esso rimanga a carattere abilitante), gli argomenti saranno sempre prospettati con particolare riguardo alle implicazioni concernenti le esigenze didattico-pedagogiche.

4. CHIARIMENTI SU ASPETTI GENERALI.

Superata la preliminare difficoltà di tale scelta pregiudiziale, si potrebbe pensare che la difficoltà maggiore successivamente incontrata (e alla quale andrebbe ascritto il prolungarsi di tante discussioni e il pullulare di tante varianti di programmi) consistesse nella scelta degli argomenti da includere nel progetto di programma. Si può dire invece che, riguardo agli argomenti da includere, le divergenze non siano esistite: sembra quasi che, nelle grandi linee, la scelta apparisse obbligata. Le cose incluse nel programma non si possono sopprimere: mi sembra che qualcuno, al più, ritenesse sufficiente ridurre a brevi cenni qualche cosa a suo avviso meno fondamentale (ed è ovvio che giudizi comparativi a tale effetto siano molto diversi da persona a persona). Le tentazioni di aggiungere altri argomenti potevano esser forti, ma, non potendone eliminare di quelli esistenti nè appesantire troppo il programma, si riversarono ad allungare l'elenco degli « argomenti complementari a scelta » previsti ad integrazione del programma per l'ultimo anno.

Se, nonostante l'assenza di divergenze circa gli argomenti da includere, la preparazione dei programmi fu laboriosa e difficile, lo si deve ascrivere alla coesistenza di esigenze contraddittorie nei riguardi della formulazione dei programmi, sulle quali si innestano contrasti di vedute sui modi di presentare e connettere i diversi argomenti.

Un'esigenza ragionevole per un programma sarebbe indubbiamente quella di un concatenamento logico tra i diversi argomenti.

Senonchè non esiste un ordinamento che sia « logicamente concatenato » in senso assoluto: il giudizio dipende dal particolare punto di vista, o dalla particolare forma d'impostazione, o dai particolari metodi o strumenti, che ciascuno preferisce ed immagina vengano introdotti. La scelta di un ordine rispondente al concatenamento logico a giudizio di certuni appare pertanto quale una velata imposizione di ispirare la trattazione al loro punto di vista, il che risulta inaccettabile a certi altri che vorrebbero un ordine « logico » secondo loro; inoltre, ogni ordine ritenuto « logico » da chicchessia appare inaccettabile a coloro che temono ogni indicazione che sembri menomare la libera scelta dell'insegnante in fatto di metodi espositivi e criteri didattici.

Ne è risultato un ordine che probabilmente, accontentando or uno or l'altro, non soddisfa nessuno; in compenso è stato detto esplicitamente (nelle avvertenze sia del 1° biennio che del triennio: cfr. n. 6) che « l'ordine degli argomenti, all'interno di ciascun anno, è puramente indicativo e non ha valore vincolante ». Sembra pertanto compito di chiunque propugni un certo inquadramento della materia o una certa metodologia di suggerire l'ordinamento che meglio vi risponde, possibilmente preparando un testo, o una traccia per un testo (o almeno qualche cenno parziale, come sarà fatto in questo articolo).

Altre osservazioni vanno fatte per rispondere alla domanda se tale programma sia « pesante » (non adatto quale programma « minimo », ma semmai come « massimo », secondo il giudizio di alcuni) oppure no. La risposta che è stata data, mi sembra unanimemente, dai professori universitari a preoccupazioni di professori di liceo e di funzionari ministeriali, è che i nuovi programmi elencano le cose che vanno introdotte ma non dicono (e come potrebbero dire?) quali e quante altre vanno soppresse. L'aspetto più felicemente innovatore, se è permesso esprimersi in forma paradossale, sta non tanto nell'introduzione di alcune cose utili e interessanti quanto nel mettere al bando tutte le cose pesanti ed inutili con cui per inveterate consuetudini vengono torturati i ragazzi.

Il fatto di non poter dire, nel programma, ciò che *non si deve assolutamente fare*, ha messo spesso nell'imbarazzo e consigliato addirittura di mutilare certe dizioni per timore di interpretazioni estensive da qualche zelante scriteriato. Ad es. si è abolita ogni menzione alle equazioni di grado superiore al secondo per il timore che qualcuno si dilungasse su equazioni biquadratiche e simili, e si sono soppresse le parole « massimi e minimi » per timore di analogo imperversare di

esercizi; si è poi riparato dicendo nelle avvertenze in modo sperabilmente abbastanza tassativo che qualche cenno incidentale su ciò può essere ammesso, ma non più.

I nuovi programmi dovrebbero in definitiva risultare più leggeri, oltre che per tali soppressioni di cose che fanno perdere molto tempo con poco costruito, anche per un opportuno coordinamento che eviti la ripetizione di uno stesso argomento sotto mutate spoglie in anni successivi. Questo risultato non discende automaticamente dalle indicazioni fornite nei programmi, ed è inevitabile che sia così dato lo scrupolo di astenersi da ogni prescrizione didattico-metodologica. C'è da domandarsi se sia o non sia giustificato spingere tale scrupolo fino a pregiudicare radicalmente i benefici effetti che le innovazioni dovrebbero apportare all'insegnamento della matematica. Io risponderei che no (tanto più tenendo presente che nella maggior parte dei casi la « libertà dell'insegnante » si esplica nell'adozione di testi di livello scadente e orientati nell'insistere sugli imparaticci deprecati che la riforma dei programmi vuole bandire).

È naturalmente lecito (e auspicabile) che i diversi suggerimenti per particolari modalità d'interpretazione metodologico-didattica dei programmi si ispirino a una linea coerente atta a realizzare gli ulteriori vantaggi da ciò derivanti, ma l'effetto è limitato dal fatto che uno studente non avrà in genere il medesimo insegnante nel corso dei cinque anni. Comunque, uno dei principali obbiettivi che qui mi propongo consiste nel mostrare come (se, almeno in una stessa sezione, il programma venisse attuato secondo un unico concetto coerente) si potrebbe eliminare quella fatica di Sisifo consistente nel ricominciare a dir sempre le stesse cose in forma diversa, col duplice risultato negativo di perder tempo e confondere le idee. Mi sembra che altri sia di diverso avviso, pensando che convenga introdurre, ad ogni età, qualcosa di diverso e « più adatto » che sostituisca quanto appreso precedentemente per poterlo buttar via; ma non vedo che cosa vieti di conseguire questi presunti approfondimenti concettuali con gli appropriati aggiornamenti e ripensamenti su ciò che già è stato appreso anzichè mettendolo in disparte. Ma di ciò è superfluo dire di più in termini generici, dato che la vera illustrazione verrà dall'esame concreto dei diversi argomenti specifici.

In parte gioca forse un atteggiamento di sfiducia, all'ingresso in ogni scuola o ciclo, sulla preparazione nella scuola di provenienza: non ci si vuol fidare, nel 1° biennio liceale, di ciò che è stato appreso nella scuola media, né, nel triennio, di ciò che è stato appreso nel

biennio. Occorre certo tener conto di simili dubbi, specie nella fase di trasformazione dei programmi e ordinamenti scolastici. Ma è assai meglio valorizzare le attitudini acquisite per continuare il cammino pur cambiando un po' tono e obbiettivi anzichè frustrare i ragazzi obbligandoli a ricostruirsi tutto da capo in modo più noioso e pedestre e a chiudere le finestre che avevano cominciato ad aprirsi davanti alla loro intelligenza. Questo significherebbe comportarsi come certi famigerati insegnanti di latino verso i provenienti dalla rinnovata scuola media. Comunque sia, questo atteggiamento di sfiducia verso la preparazione e l'intelligenza dei ragazzi mi sembra costituisca un motivo per il non sufficiente alleggerimento dei programmi. Per non fare che un esempio, le rappresentazioni in coordinate cartesiane sono già usate nella scuola media, ma si può dire che nei programmi dei vari anni del Liceo vengono ogni volta riintrodotte come qualcosa di nuovo.

Altri aspetti da menzionare in questo sguardo preliminare (anche se solo trattandone specificamente acquisteranno pieno significato) son quelli riguardanti il grado di connessione da stabilire (o almeno da cercar di stabilire) fra l'insegnamento di diversi capitoli o parti della matematica e tra quello della Matematica e delle altre scienze (in particolare la Fisica). È consuetudine scolastica considerare quasi come due materie distinte (con libri distinti, orari distinti ...) la Geometria e il resto della Matematica (diciamo Analisi, tanto per intenderci); sono sempre forti le resistenze contro la tendenza opposta, il *fusionismo* autorevolmente propugnato già da Felix Klein che ne ha brillantemente illustrato l'incomparabilmente superiore efficienza e intelligenza; il problema sembra ora estremamente attuale perchè il misoneismo che ha impedito finora una ragionevole evoluzione nel senso del fusionismo rischia ora di farne accettare acriticamente una versione completamente formalizzata e astrattizzata (nel senso deteriore del termine, cioè « svuotata di ogni valore significativo », « privata di ogni nesso con visioni intuitive che consentano di vedere sinteticamente i risultati e il loro senso anzichè affidarsi brutalmente a pedestri passaggetti su formulette e formulaccine »).

Il nesso con le altre scienze, e in particolare con la Fisica (soprattutto la Meccanica) è sempre il principale motivo d'interesse per la Matematica (senza con ciò dar torto a quei cultori puri di Matematica che preferiscono, come è loro buon diritto, apprezzarla soprattutto o esclusivamente per se stessa: « l'arte per l'arte »). Ora si aggiungono nessi sempre nuovi e più intensi (ad es. con l'Econo-

mia); ed è opportuno far conoscere questi legami (parlandone, o meglio dando qualche semplice esempio) ai giovani, non solo per interessarli al valore pratico che ne deriva alla matematica, ma anche per fornir loro un più ricco bagaglio di interpretazioni attraverso le quali il senso di molte cose può venir meglio compreso e apprezzato. L'astrazione è valida quando consiste nel veder riunite in un'unica formula o in un unico teorema molte e apparentemente lontane questioni concrete.

Ma, ritornando alla Fisica, è proprio e soltanto da essa che si può avere il necessario antidoto per evitare sia Scilla che Cariddi nel precedentemente indicato dilemma del fusionismo: la visione più ampia degli strumenti vettoriali a interpretazione fisica integra e dà maggior risalto e chiarezza ai vettori in senso puramente geometrico (ad es. come traslazioni) ed alle operazioni su di essi (somma come risultante di forze, prodotto scalare come lavoro, ecc.). Perciò le due trattazioni non dovrebbero ignorarsi reciprocamente.

In senso più ampio, tutti i collegamenti servono a meglio fare intendere il ruolo della matematica nel dibattito tra le « due culture »: ruolo duplice, in quanto si ricollega, come strumento logico, alla filosofia, e, come strumento delle altre scienze, alla comprensione del sostrato di pensiero che esse implicano (al di là del loro valore pratico e conoscitivo specifico).

5. QUESTIONI SCOLASTICHE CONNESSE.

Anche le questioni attinenti ad aspetti apparentemente estranei al nostro argomento, riguardanti cioè l'organizzazione scolastica, hanno invece a volte una stretta connessione.

Prima fra tutte è la questione dell'eventuale prova scritta di esame (per la licenza liceale, ed eventualmente per il passaggio dal 1° biennio al triennio). La questione è stata dibattuta in entrambi gli incontri, coi risultati seguenti:

- riguardo al « problema se prescrivere o meno una prova scritta di matematica al termine del biennio, i pareri sono risultati discordi e la maggioranza si è pronunciata per il rinvio della questione »;
- riguardo all'esame di licenza liceale (lasciando impregiudicata la questione se e per quali tipi di istituto debba esservi una prova scritta) è stata approvata la seguente

RACCOMANDAZIONE

concernente l'eventuale prova scritta di esame:

La prova scritta di matematica dovrà essere articolata in alcuni semplici quesiti fra loro indipendenti, intesi a valutare la preparazione su punti diversi del programma d'insegnamento e atti a saggiare la maturità dell'allievo.

I motivi di questa decisione sono sostanzialmente due: rendere la prova più idonea agli effetti del giudizio, ed evitare distorsioni nello svolgimento del programma intese a « *preparare* alla prova scritta ».

Cominciamo dalla seconda questione, che è la più attinente a quanto detto nel precedente n. 4. Tra le cose che fanno perdere tempo, a scapito dello svolgimento del programma con le cose che dovrebbero essere istruttive *per la vita*, c'è notoriamente il gonfiamento dei metodi e accorgimenti *per svolgere il tema d'esame* quando esso verta prevedibilmente su un dato tipo stereotipato di questioni. Ho trovato denunciata tale stortura per le scuole francesi dell'800 da parte di F. Lacroix (1805) (citato in H. PIÉRON, *Esami e docimologia*, trad. it. ed. A. Armando, Roma, 1965, pp. 9-10), deplorando « il tempo che si fa perdere (agli studenti) nel rivedere o nel ripetere incessantemente la materia d'esame, al solo scopo di tenerli in esercizio ed in condizioni di rispondere su tutto ciò che hanno imparato ». E non è detto che quella malattia scolastica non sia anche più antica. Comunque essa era notoriamente e gravemente presente nel nostro Liceo scientifico, appunto per la presenza della prova scritta all'esame di licenza, dato che essa verteva pressochè inmancabilmente sulla discussione di un problema di secondo grado. Avveniva infatti che la sola cosa importante (per insegnanti, studenti, famiglie) fosse esercitarsi ed esercitarsi per superare quella prova imparando a risolvere quel solo problemino cucinato in tutte le salse.

Una prova con molte domande, semplici ma gradatamente discriminative, come quella « raccomandata », indurrebbe viceversa a distribuire equilibratamente l'attenzione su tutti gli argomenti in programma. E si eliminerebbe così uno dei fattori di appesantimento che altrimenti potrebbero far apparire troppo carico il programma. Non lo è, ripetiamo, purchè alle cose nuove e utili si faccia posto sfrattando le cose dannose ed insulse (come quelle che hanno per unico scopo un'unica prova di esame e non tutta la vita).

La prima questione riguarda l'esame. Una prova articolata su numerose domande permette evidentemente un giudizio più valido, più

globale, meno aleatorio. Il massimo dell'aleatorietà si raggiunge col tipo di temi in auge, dove un dubbio sull'interpretazione dell'enunciato iniziale mette allo stesso livello lo studente più preparato e il meno preparato obbligandolo a restituire il foglio in bianco. A prescindere dal discredito che colpisce un po' tutti i matematici e la matematica per le disquisizioni e i cavilli pro o contro l'autore del tema e gli studenti che ne contestano la sensatezza.

Altra conseguenza è che dall'aleatorietà della prova scritta risulta accresciuto (o reso esclusivo) il peso della prova orale, che ha altri motivi di scarsa attendibilità. Una prova scritta articolata che desse già una buona valutazione comparativa su tutta la preparazione del candidato non richiederebbe dalla prova orale più di ciò che è lecito chiederle, e cioè un ritocco finale al giudizio ormai sostanzialmente acquisito.

Un perfezionamento, nel senso di dare un valore oggettivo al punteggio della prova scritta, consisterebbe nell'adottare il metodo delle risposte fisse (dei « Questionari », o « Quiz »). In Italia siamo lungi dall'essere maturi per l'adozione di tali sistemi, ma sarebbe bene che si cominciasse a studiare l'argomento e fare seriamente degli esperimenti. È vero che spesso le questioni poste in tal modo sono insulse e le risposte prefabbricate ancor più, ma vi sono anche esempi buoni ed ottimi, e, curandosi con attenzione l'adattamento ad esigenze desiderate per il nostro paese, si potrebbe certo fare anche meglio.

È facile ora procurarsi una vasta raccolta di questionari di tale genere per un esame di matematica di livello circa liceale: si trovano in due volumetti di una collana ben nota anche in Italia perchè alcune traduzioni in italiano sono apparse nelle edizioni Zanichelli. I due volumetti in questione riportano le domande e risposte (con indicazione della risposta esatta, e svolgimento) degli « Annual High School Contests of the MAA » (MAA = Mathematical Association of America) ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ *The Contest Problem Book (1950-1960)* e *The MAA Problem Book II (1961-1965)*, risp. n. 5 e n. 17 della collezione « New Mathematical Library », ed. Random House, New York. Entrambi sono compilati e muniti di soluzioni a cura di CH. T. SALKIND.

Gli esercizi sono 40 ogni anno, con cinque risposte indicate con A, B, C, D, E; i primi 20 sono più facili, altri 10 meno facili, gli ultimi 10 difficili; la risposta esatta vale rispettivamente 2 o 3 o 4 punti (1950-1959), modificato poi in 3 o 4 o 5. Con 80 punti (sul massimo di 150), inclusione in un « Ruolo d'onore »; solo tre candidati in 10 anni conseguirono il punteggio pieno.

Sarebbe anche auspicabile un interessamento dei matematici, anche in Italia, per le questioni concernenti i metodi di risposte e i punteggi relativi. Presso lo « Educational Testing Service », con sede a Princeton, come in altre istituzioni analoghe, tali problemi sono oggetto di approfonditi studi, ed ora è in preparazione un'opera in più volumi (parecchi già mandati in visione in edizione provvisoria) che riunisce e discute quanto è stato scritto in argomento. Da parte di studiosi di pedagogia comincia ad aversi anche da noi un superamento degli atteggiamenti totalmente negativi che finora dominavano. Ne ha merito soprattutto Aldo Visalberghi, ordinario di Pedagogia all'Università di Roma, che recentemente ha curato tra l'altro un'indagine mediante questionario circa la preparazione in matematica degli studenti provenienti dalla scuola media al loro ingresso nelle scuole di ordine medio-superiore.

Più ancora che per l'esame finale, l'impiego di prove basate su questionari dovrebbe essere utile come pratica corrente nel corso degli studi, come allenamento a tale sistema (con l'abitudine alla chiarezza e prontezza di visione che esso richiede) e come mezzo per evitare o ridurre lo sperpero di tempo per interrogazioni.

È questa un'esigenza sentita, una grande preoccupazione per gli insegnanti (che la segnalano in ogni corso d'aggiornamento giustificando con tale assurdo aggravio i ritardi e le deficienze nello svolgimento dei programmi). Mancando di esperienza diretta d'insegnamento nelle scuole secondarie, mi limito a riferire i suggerimenti che udii dare da un collega (per lungo tempo insegnante medio di matematica, poi ispettore, e ora ordinario all'Università) di saggiare con domandine volanti nel corso della lezione, anzichè con penose interrogazioni, chi segue la spiegazione e ricorda i precedenti su cui si basa. Altro suggerimento (avuto da un insegnante, anonimo per modestia) è quello basato su molti esercizi in classe (« Duff method », secondo le modalità indicate nella sua lettera da me pubblicata nell'articolo « Opinioni »; questo Periodico, XLIII, pag. 408). Questi ed altri accorgimenti del genere dovrebbero certamente giovare per consentire una migliore utilizzazione del poco tempo disponibile nel breve corso di un « anno » scolastico italiano. Difficile dare consigli concreti, e, certamente, difficile anche per ogni singolo insegnante tentare di propria iniziativa esperimenti del genere; occorrerebbe scuotere la pigrizia burocratica che è la tara più deleteria nella nostra scuola (come in tutta la nostra pubblica amministrazione), e stimolare al contrario sistematiche sperimentazioni di siffatti metodi. Si potrebbe ad es. in-

coraggiare gli insegnanti volenterosi a sperimentare quello, fra i metodi proposti per esperimenti, che più li persuade e meglio risponde al loro temperamento, riferendo sui risultati e sottoponendoli a controlli e confronti. Ai controlli e confronti dovrebbero provvedere i centri didattici oppure gruppi di ricerca matematico-pedagogici per incarico ufficiale del Ministero; meriti degli insegnanti in siffatte sperimentazioni dovrebbero avere il massimo peso a tutti gli effetti valutativi.

Un'ultima questione ancor più prettamente « amministrativa » va menzionata. È stato rilevato (nel corso dei lavori di una commissione al Min. P.I. per tutt'altro oggetto) come inconvenienti di ogni genere derivino da una delle mostruose strutture burocratiche che subordinano, al solito, le esigenze della scuola a schemi astratti di inquadramento. Alludo alle tabelle-orario per cattedre di ruolo (che spesso creano rompicapi e suggeriscono soluzioni distorte didatticamente per agevolare la loro formazione). Il rimedio suggerito sarebbe di sganciare i posti di ruolo da siffatti schematismi fissando il numero di ore in modo uniforme e consentendo di ripartirle fra varie classi secondo l'opportunità, e curando principalmente che lo stesso insegnante possa seguire gli allievi dal primo anno all'ultimo (con appropriate rotazioni).

Questa fluidificazione del carico d'insegnamento consentirebbe, anche per l'insegnamento della matematica secondo i nuovi programmi dei licei, di ovviare a varie difficoltà fra cui quelle già rilevate (nel n. 4) per il cambiamento di insegnanti che vanificherebbe la scelta di una linea organica da parte del primo se poi il successore non la proseguisse.

6. LE « AVVERTENZE » AI PROGRAMMI.

Passando ad esaminare e commentare i programmi, conviene prendere le mosse dalle « Avvertenze » che sono state premesse sia a quelli del 1° biennio che a quelli del triennio. Le riproduciamo qui, l'una di seguito all'altra: si vedrà che sono pienamente concordanti (nella seconda si fa anzi esplicito riferimento alla prima), e che esprimono con chiarezza ed efficacia, in sintesi, tutto ciò che va raccomandato affinché la riforma non si esaurisca in un semplice e poco significativo cambiamento di programmi ma rinnovi veramente l'insegnamento della matematica nel suo spirito informatore.

Unico inconveniente è che, a quanto si dice, le « Avvertenze »

in genere non vengono lette e restano lettera morta. Bisognerebbe che le leggessero e le ricordassero sempre non soltanto gli insegnanti ma anche i presidi, gli ispettori, i commissari dei concorsi di abilitazione o a cattedre, gli studenti e le loro famiglie, e che gli insegnanti si persuadessero (se necessario a proprie spese) che l'elemento di giudizio fondamentale sulla loro capacità, per il loro prestigio e per la loro carriera e per l'apprezzamento e simpatia da parte di colleghi ed allievi ed estranei, si baserà sull'impegno e l'attitudine a tradurre tali « Avvertenze » in una realtà gioiosa di domani capace di cancellare le tetre reminiscenze della matematica che si faceva aborrire.

Cerchiamo tutti di diffondere quanto più possibile e dovunque la conoscenza di tali Avvertenze, di spiegarle a ciascuno nel modo più adatto per fargliene assimilare il senso e apprezzare gli intendimenti. Intanto, eccone il testo.

AVVERTENZE AL PROGRAMMA DEL 1° BIENNIO

L'insegnamento della matematica nel primo biennio dei licei mira in primo luogo a soddisfare due esigenze: quella di formare la mente del giovane introducendolo alla riflessione ed al ragionamento matematico e quella di fornirgli alcuni semplici, ma fondamentali, strumenti di comprensione e d'indagine.

Il tono dell'insegnamento dovrà procedere con molta misura dall'intuitivo al razionale e poichè i concetti astratti si formeranno lentamente sarà necessario ritornare di continuo agli esempi ed ai controesempi, elemento indispensabile di comprensione e di approfondimento della conoscenza. Le nozioni già acquisite nella Scuola Media dovranno essere tenute in considerazione ed utilizzate, oltre che in esempi ed esercitazioni, anche nell'introduzione dei concetti nuovi.

L'insegnamento dovrà inoltre aver sempre presente che una notevole fonte d'interesse per la matematica nei giovani sta nella possibilità di risolvere problemi veramente significativi, tratti anche dai vari campi della scienza e della tecnica, e quindi farà precedere, ove sembri opportuno, l'esposizione teorica dei vari argomenti da una presentazione di problemi che ne suggeriranno la trattazione.

Fin dall'inizio del 1° anno l'insegnante farà uso del linguaggio della teoria degli insiemi, con naturalezza, senza che ciò implichi una preliminare trattazione sistematica.

Occorre poi avvertire che l'introduzione intuitiva dei numeri reali e l'enunciazione delle loro proprietà formali all'inizio del 2° anno non è prevista come fine a sè stessa, ma allo scopo di rendere disponibile un potente strumento da poter utilizzare nello sviluppo degli argomenti successivi.

La trattazione della Geometria, pur potendo discostarsi dallo schema tradizionale, dovrà essere svolta in modo da conservare inalterato il valore formativo che è proprio del metodo deduttivo; si avrà cura inoltre di mettere in evidenza i teoremi fondamentali ai quali si dovrà pervenire in modo rapido e diretto. A partire dal 2° anno l'insegnante potrà scegliere fra vari metodi, che vanno da impostazioni prevalentemente sintetiche a quelle fondate prevalentemente sul concetto di numero reale. L'introduzione delle coordinate cartesiane nel piano metterà al più presto i giovani a contatto con un potente strumento per l'impostazione e la risoluzione di problemi.

Si raccomanda infine che non venga trascurata nessuna occasione per abituare l'allievo ad esporre, sia a voce che per iscritto, chiaramente e correttamente argomenti scientifici.

Il programma è stato ripartito nei due anni di corso, ma nell'interno di ciascun anno l'ordine degli argomenti è puramente indicativo e non ha valore vincolante. Inoltre il carattere unitario della materia potrà essere sottolineato alternando argomenti prevalentemente algebrici (elencati in A) con argomenti geometrici (elencati in B) affinché gli sviluppi formali dei primi trovino applicazione ed illustrazione nei secondi, e viceversa i problemi geometrici facciano sorgere in modo naturale l'esigenza dei procedimenti algebrici atti a risolverli.

AVVERTENZE AL PROGRAMMA DEL TRIENNIO

Si tenga conto anzitutto dei suggerimenti di carattere generale premessi al programma di matematica per il 1° biennio liceale. In particolare il linguaggio della teoria degli insiemi, il concetto di corrispondenza, le strutture già apprese anche se non esplicitamente menzionate, troveranno anche nel triennio naturali applicazioni.

Si rinnova la raccomandazione di fare largo posto ad esempi, esercizi, applicazioni pratiche, allo scopo da un lato di mettere in evidenza le esigenze concrete che hanno suggerito l'introduzione di

concetti e teorie più generali, e dall'altro l'utilità pratica dei risultati stabiliti.

Nello studio dei problemi si eviti l'adozione di schemi prefabbricati, abituando invece l'allievo a scegliere fra i vari mezzi matematici a lui noti, quelli che di volta in volta consentono la soluzione più rapida ed elegante del problema stesso. Ove possibile si cerchino problemi tratti dalla vita comune, dall'economia, dalla fisica e dalle altre scienze naturali, sia per ravvivare l'interesse degli allievi e dare una idea dell'ampio campo di applicazione della matematica, sia per abituare lo studente alla corretta impostazione matematica dei problemi concreti. Si faccia presente che studiare un problema vuol dire essenzialmente stabilire se esso ammette o no soluzioni e nella prima eventualità dare sulle soluzioni stesse il massimo di informazioni possibili (calcolo esatto o costruzioni geometriche con riga e compasso nei problemi più facili, oppure, per i problemi più difficili, semplice indicazione del numero delle soluzioni e loro eventuale valutazione approssimata, ecc.). Quando la questione trattata lo richieda si potrà ricorrere di volta in volta a strumenti particolari (come uso di disuguaglianze, ricorso ad equazioni di grado superiore al 2°, impiego di tavole numeriche) non esplicitamente menzionati nel programma perchè non richiedenti una trattazione sistematica.

All'interno di ciascun anno l'ordine delle tesi è puramente indicativo e non ha valore vincolante: pertanto si è cercato di riunire in uno stesso anno argomenti fra loro interdipendenti in modo da favorire al massimo la libertà dell'insegnante che mediante opportune permutazioni potrà mettersi in condizione di applicare quella metodologia che preferisce. Tale è per esempio il caso dell'insieme di argomenti: piano vettoriale, numeri complessi, prodotto scalare, elementi di trigonometria, gruppo delle congruenze e delle similitudini del piano, tutti riuniti nel 3° anno ed intimamente e variamente collegabili uno all'altro.

Le nozioni fondamentali di geometria dello spazio sono state riunite nel 4° anno e l'inclusione in esse dello spazio vettoriale geometrico può consentire talune economie di trattazione.

L'area di una figura piana dovrà essere presentata in maniera sufficientemente generale da farne nozione propedeutica a quella di integrale che verrà svolta nell'anno successivo.

La nozione di spazio vettoriale viene introdotta per gradi: partendo dal piano vettoriale geometrico si passa nell'anno successivo

allo spazio vettoriale ordinario per giungere nell'ultimo anno al concetto di spazio vettoriale astratto.

Limiti, derivate ed integrali dovranno essere svolti con discrezione avendo di mira più i concetti fondamentali che non l'apprendimento di certe tecniche di calcolo. I massimi e minimi non sono stati menzionati esplicitamente, il che non esclude che la loro ricerca possa essere oggetto di qualche esercizio.

A conclusione del ciclo di studi liceali sarà trattato almeno un argomento complementare che l'insegnante potrà scegliere a sua discrezione ed eventualmente entro l'elenco fornito a titolo indicativo.

7. QUALCHE COMMENTO ALLE AVVERTENZE.

La maggior parte dei commenti che potrei fare si risolverebbero nel « dire diluito in alcune pagine e male ciò che già è stato detto ottimamente in poche righe » (che è la calzante critica di Guido Calogero⁽²⁾ al malvezzo dei temi scolastici per sviluppare un brano di un Autore). Perciò ribadisco semplicemente che sono ardentemente d'accordo su tutto l'essenziale (su qualche inezia aggiungerò poi qualche obiezione).

Occorre però riconoscere e discutere la fondata obiezione che l'insegnamento, così migliorato, assorbe maggior tempo ed impegno.

Le avvertenze raccomandano di « *procedere con molta misura dall'intuitivo al razionale* » tenendo conto che « *i concetti astratti si formeranno lentamente* », di insegnare per problemi « *avendo sempre presente che una notevole fonte d'interesse sta nella possibilità di risolvere problemi veramente significativi* », di « *evitare l'adozione di schemi prefabbricati* » abituando a cercare i mezzi che « *consentono la soluzione più rapida ed elegante* ».

Certo, questa è una cosa ben diversa, vorrei dire diametralmente opposta, alla comoda ma miserevole abitudine di infischiarci dell'intuizione e della maturazione dei concetti, di violentarla decretando assiomi e tirandone fuori senza misericordia deduzioni « razionali », di ripetere ciò che si può trovare sui libri senza curarsi se chi ascolta segue il filo del discorso o ne afferra il senso, di insegnare procedimenti e ricette per risolvere « problemi » senza capirli, magari rimproverando chi trova e segue una via più elementare anzichè applicare ottusamente degli strumenti superfluamente complicati.

(2) GUIDO CALOGERO, *Scuola sotto inchiesta*, ed. Einaudi, 1957.

Ma — questo è il punto — mancherà veramente il tempo, a mettersi su quella strada? Non basterà il tempo risparmiato con la soppressione degli argomenti vitandi e con uno sforzo di fusione dei vari argomenti? Io penso che tutto ciò probabilmente non basta se non si aggiunge un po' di abilità, consistente nel limitarsi a dire chiaramente le cose essenziali, insegnando ai ragazzi di completarle riflettendoci, magari « dormendoci sopra ». Se per l'insegnante è più facile « spiegare » cose indigeste, per chi ascolta è più difficile assimilarle; se l'insegnante *spiega* (veramente!) cose vive può fare assegnamento sulla collaborazione e sull'interesse dei giovani per sviluppare e completare la visione di cui ha gettato i germi.

Le cose più « difficili » sorrette dall'entusiasmo riescono più facili di cose banalmente facili affogate nella noia propria e in quella degli altri. L'importante è creare degli ascoltatori intelligenti (cioè interessati, incuriositi, divertiti): nonostante molte difficoltà di avvio la nuova scuola media ci è in gran parte riuscita, e da tempo vi era riuscita Emma Castelnuovo (nè si tratta, nonostante il suo valore, di un fenomeno unico e irripetibile, perchè molti insegnanti che ne seguono la linea ottengono risultati analoghi). In forma sintetica — forse un po' semplicistica ma non troppo — direi che per riuscire a conciliare la scarsezza del tempo e il metodo suggerito nelle Avvertenze occorre e basta *far proseguire anche nei Licei* (e poi — speriamo! — anche nelle Università) *quel felice spirito di rinnovamento che già caratterizza la nuova scuola media.*

Un'altra raccomandazione delle Avvertenze si ricollega analogamente a una prassi opportunamente introdotta nella scuola media (sempre da Emma Castelnuovo); si potrebbe dirlo il « metodo Berlitz » per apprendere concetti matematici inavvertitamente. Si tratta di introdurre occasionalmente termini come « funzione », « gruppo », « struttura », abituando dal contesto a capirne il senso (come nell'apprendere le altre parole nella lingua materna). E in tal senso va intesa la raccomandazione di « *far uso del linguaggio della teoria degli insiemi, con naturalezza, senza che ciò implichi una preliminare trattazione sistematica* ». Una « preliminare trattazione sistematica » avrebbe infatti per effetto di far apparire complicato e pesante quel linguaggio che dovrebbe servire a render tutto più semplice; la pretesa di cominciare con « definizioni » trasformerebbe parole che chiunque intende con naturalezza attraverso l'uso in termini ostici come quelli incontrati su un vocabolario che invano tenta di renderne il senso con faticose circonlocuzioni.

8. DEDUZIONI ... E NIENT'ALTRO?

E qui s'innesta la riserva che vorrei fare ad un'affermazione, forse troppo incidentale per pensare che intenda dire ciò che dice, alla lettera. Essa dice « *il valore formativo che è proprio del metodo deduttivo* ». Davvero? Il metodo deduttivo dà, sì, la certezza, che è, sì, un requisito necessario. Ma — come dice e spiega magistralmente il Pólya⁽³⁾ — la deduzione è solo un momento del ragionamento matematico, è il momento conclusivo della verifica, che è però preceduto e preparato dal lavoro costruttivo nel corso del quale certe « verità » appaiono plausibili e si cercano vie per cui sembra plausibile si possa giungere alla dimostrazione. È troppo unilaterale, è un fraintendimento diseducativo, apprezzare solo l'attimo che suggella il successo e non degnare di menzione il lungo intelligente travaglio di cui è frutto.

Dice Pólya che tutta la nostra conoscenza, all'infuori della matematica, consiste in semplici congetture, da quelle più assodate come certe leggi fisiche a quelle più futili. Perciò, oltre al ragionamento dimostrativo che serve nella matematica, occorre il ragionamento *plausibile* che serve in tutti gli altri campi, e che è il solo che porta a qualcosa di nuovo (non tautologico). Tuttavia, anche nella matematica occorre il ragionamento plausibile, anzi « non c'è altra disciplina nel curriculum scolastico che si presti con altrettanta opportunità che la matematica ad imparare il ragionamento plausibile ». E perciò egli conclude, rivolgendosi agli insegnanti di matematica di ogni grado: « Certamente, dobbiamo insegnare a *dimostrare*, ma dobbiamo anche insegnare a *congetturare* ».

Non c'è un metodo per imparare a fare congetture; « l'uso efficiente del ragionamento plausibile è un'abilità pratica che viene appresa, come ogni altra abilità pratica, con l'imitazione e la pratica ».

⁽³⁾ Cfr. soprattutto la Prefazione in G. POLYA, *Mathematics and Plausible Reasoning*, Vol. I: *Induction and Analogy in Mathematics*, Princeton University Press, 1954, dalla quale sono tratte le citazioni che seguono nel testo.

N.d.R. - Dell'opera « didattica » del Pólya ci consta che è apparsa la traduzione italiana del primo (e più elementare) volume *How to solve it* presso l'Editore Feltrinelli con il titolo: *Come risolvere i problemi di matematica*.

È sperabile che si concreti presto anche il progetto di una traduzione dei due volumi *Mathematics and plausible reasoning*, sopra citati e dei due *Mathematical discovery* che formano un tutto di inestimabile valore. Contiamo di poter pubblicare prossimamente la traduzione di una larga parte della prefazione qui citata.

Riflettere su come altri è arrivato a certe scoperte, o come noi riusciamo a risolvere i problemi, o come ci si sarebbe potuti arrivare quando ci siamo arresi e abbiamo guardato la risposta ... questa è la via. E su tale via, le osservazioni e gli esempi e i consigli che Pólya presenta con inimitabile profondità e chiarezza ed arte, sono l'aiuto migliore che si possa desiderare.

9. DELL'ABITUARE A ESPRIMERSI CORRETTAMENTE.

Un altro punto delle Avvertenze merita un più ampio commento a parte. È la raccomandazione « *che non venga trascurata nessuna occasione per abituare l'allievo ad esporre, sia a voce che per iscritto, chiaramente e correttamente argomenti scientifici* ».

Forse era meglio trattarne fra i possibili tipi di prove di esame o di esercizio (nel n. 5), ma forse (pur dovendosi tener conto dell'argomento anche a quell'effetto) prevale l'aspetto generale.

Non vorrei lasciarmi trascinare in un discorso perfino troppo generale, ma non mi sembra possibile farne a meno. Nella « *Deliberazione* » riportata nel n. 3 (punto (c) del primo documento) si afferma che la matematica è « *materia basilare, come l'italiano* », e l'accostamento appare particolarmente significativo e istruttivo riferendoci alla « *raccomandazione* » sopra riportata.

Il linguaggio ordinario e quello matematico hanno entrambi come scopo originario quello di dire qualche cosa e di esprimere dei ragionamenti su qualche cosa, ma non sempre è facile accertare se sono effettivamente usati per dire qualche cosa e sapendo cosa si voglia dire. Come fare a distinguere se effettivamente uno pensa a qualche cosa e fa uso di parole e frasi, oppure di simboli e formule, come mezzi per esprimerla, o se invece ha messo insieme delle parole e frasi, oppure dei simboli e formule, ed annaspa per cercare in esse un significato?

(Infatti, come diceva Goethe, « *l'uomo ritiene sovente, mentre ascolta nient'altro che parole, che vi ci deva essere anche qualcosa da pensare* »: *Gewöhnlich glaubt der Mensch, wenn er nur Worte hört, es müsse sich dabei auch etwas denken lassen*).

Il modo migliore sta nel chiedere di spiegare la stessa cosa in altra forma: chi effettivamente pensava di voler dire qualcosa modificherà completamente la frase, si esprimerà in altre lingue con parole e costruzioni diverse, tradurrà (se possibile) la sua idea in formule matematiche o rappresentazioni grafiche o magari a gesti, conser-

vando sempre esclusivamente il senso; chi invece ha imparato una frase senza capirla o l'ha messa insieme a vanvera, tenterà soltanto di parafrasarla conservando le parole e spostandole senza curarsi che il senso cambia o cessa di esistere; traducendola si atterrà alla lettera senza preoccuparsi che le parole formino una frase o che la frase, se tale è grammaticalmente, abbia un senso e in particolare il senso voluto; nell'eventuale tentativo di passare da una frase a una formula o viceversa potrà poi dire le cose più insensate o preferirà non dir nulla.

La raccomandazione sopra riportata sarebbe pertanto, a mio avviso, il consiglio più importante e benefico non soltanto dal punto di vista dei matematici e scienziati ma soprattutto da quello dei cultori della lingua, qualora si preoccupassero del suo vero ufficio. Non va aprioristicamente rifiutato nè sottovalutato l'ufficio poetico della lingua, quello di esprimere l'ineffabile, di suscitare risonanze di impulsi emotivi o di nonsochealtro; ma questo caso non dovrebbe mai servire da alibi per contrabbandare fraseologie retoriche prive sia di contenuto che di poesia, affermazioni ambigue che per dolo o furbizia o scimunitaggine non affermano nulla, fino a raggiungere il culmine in quelle che Papini definì « le polverose pedanterie dei condensatori di vuoto ».

Per evitare di ottenere aborti di questo genere e di allevare esseri capaci di fare della lingua un uso tanto nefasto, sarebbe oltremodo indicato che le prove scritte d'italiano, al contrario di quelle in auge, impedissero evasioni nell'approssimativo e nel retorico obbligando alla concretezza e alla precisione più inesorabili.

Un esempio di tema che risponderebbe ai requisiti desiderati potrebbe essere il seguente: descrivere e spiegare il movimento che deve fare un'auto (rispettivamente marciando in avanti o all'indietro) per parcheggiare sul lato di una strada in uno spazio libero tra due macchine in sosta.

Anche nella matematica possono aversi deficienze analoghe, per esempio se tutta la trattazione si limita al formalismo senza fornire a un allievo alcuna visione di possibili interpretazioni dei problemi e intuizioni del perchè dei ragionamenti. Una traduzione richiestagli in termini discorsivi giova allora a scoprire se i giochi sui simboli sono per lui semplici giochi o se e fino a qual punto egli si rende conto dei significati che possono assumere e dell'importanza che possono avere per determinati usi.

Sinteticamente, si tratta sempre, così per il linguaggio comune

come per quello matematico, di distinguere se uno *se ne serve* oppure se invece *ne diventa schiavo*. Nel primo caso uno ha in mente dei *fatti* e ragiona sui *fatti*, aiutandosi con parole e formule per esprimerli sia pure in modo inevitabilmente inadeguato che impone cautela. Nel secondo caso, egli non recepisce i fatti che attraverso l'immagine ricostruita sul capzioso gioco delle parole e delle formule, e si espone a tutte le conseguenze di questo capovolgimento di visuale. Potrà occuparsi di particolarità formali delle espressioni in parole o in formule (soggetto e predicato, sostantivo e aggettivo, numeratore e denominatore) come se avessero valore logico, e « ragionare » prendendo per principi logici delle mere apparenze grammaticali o sintattiche o formali del linguaggio o del simbolismo. E non mi sembra privo di significato che l'irrilevanza di simili pseudodistinzioni sia stata rilevata e denunciata con particolare vigore ed arguzia da un matematico e da un filosofo quali Giuseppe Peano e Guido Calogero.

L'argomento andrebbe pertanto agitato, nella ricerca (è forse utopistico sperarlo?) di una convergenza d'interesse coi cultori di lingua. Rimane comunque, per i fini più immediati e limitati degli insegnamenti scientifici in generale e matematici in particolare, il problema dei modi migliori per attuare quella raccomandazione. Anche su ciò le esperienze di Emma Castelnuovo sono preziose (⁴).

(⁴) Cfr. ad es. in E. CASTELNUOVO, *Didattica della matematica* (ed. La Nuova Italia, Firenze, 1963), ciò che si dice sulle « relazioni » nel paragrafo « I bambini al lavoro ».