

più avanti, dopo aver detto che ci sono da rilevare soltanto quelle differenze in certo senso sottili da cui conviene cominciare.

s.: Se si tratta di sottigliezze sarà difficile chiarirle e farvi avere interesse ai lettori, non crede?

ndf.: Non è certo il caso di entrare in aspetti tecnici come tali. Ma, badando a lumeggiare i sottostanti atteggiamenti concettuali, l'essenza delle differenze può risultare chiara e interessante anche per i non specialisti.

s.: E vediamo. Qual è, dunque, la visuale del Costantini?

ndf.: Come ho già detto, egli propende per la posizione logistica, però in una versione più elaborata che do-

vrebbe portare al « superamento della frattura logicismo-soggettivismo » ed al « rifiuto di ogni esclusivismo » (p. 199). È la stessa aspirazione ad una visione unitaria...

s.: ... per cui si batte anche Lei...

ndf.: ... appunto; solo che per lui (nella scia di Carnap, Hintikka, ecc.) l'unificazione dovrebbe avvenire in chiave logicistica, mentre per i soggettivisti (tra cui io) ha senso costruirla soltanto in chiave soggettivistica.

s.: Le difficoltà sono analoghe, nel procedere secondo le due direzioni?

ndf.: No, sono opposte. La possibilità della interpretazione soggettivistica è palese. Tutti pensano e agiscono, più o meno inconsciamente e più o me-

no appropriatamente, in termini di giudizi (soggettivi) di probabilità. La difficoltà, in questo caso, sta nel superare i preconcetti contro ciò che è soggettivo!

s.: Ma è forse un preconcetto che la scienza debba essere oggettiva?

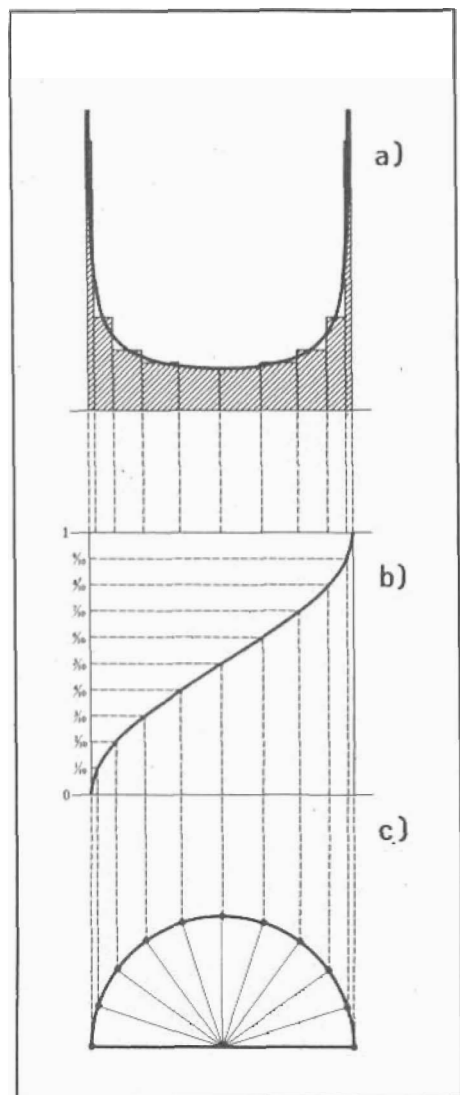
ndf.: D'accordo: la scienza deve essere oggettiva. Ma ciò non vuol dire che la scienza non possa o debba studiare (in modo oggettivo) concetti, idee, ragionamenti, comportamenti, ecc. di natura soggettiva, né, tanto meno, che per studiarli sia autorizzata o costretta a snaturarli affinché essi stessi possano venir contrabbandati come roba « oggettiva ». E infatti la teoria (soggettivistica) della probabilità studia le condizioni oggettivamente necessarie perché le probabilità (soggettivamente valutate da chicchessia) siano coerenti (nel senso preciso e obiettivo — anzi logico — sopra detto), ed anche di chiarire certi atteggiamenti soggettivi profondi che spiegano scelte soggettive apparentemente basate su criteri meccanici (che gli oggettivisti vogliono invece proprio accettare e imporre brutalmente e sconsideratamente come tali), come quelli basati su simmetrie e frequenze.

s.: E in che senso sono opposte le difficoltà per l'unificazione in senso logistico?

ndf.: Il compito che i fautori di tale indirizzo si prefiggono è assai più ambizioso (prescindendo dalla questione che esso sia o no assurdo, come appare ai soggettivisti). Per assolverlo dovrebbero determinare univocamente (almeno in linea di principio) l'unica probabilità logicamente vera per ogni evento (o proposizione). Mentre, ricordiamo, i soggettivisti si limitano a definire le valutazioni di probabilità coerenti, lasciando a ciascuno di scegliere soggettivamente la propria e di modificarla man mano che varia il suo stato d'informazione (od anche, eventualmente, se approfondisce le sue riflessioni al riguardo). Ma la scelta « logica », rinunciando al « buon senso » cui si appellano in certo modo i soggettivisti, non può avere che un carattere formalistico, come tale inevitabilmente (a mio avviso) arbitrario, e quindi pernicioso, anzi mortifero.

s.: In che cosa, arbitrario? L'esem-

Fig. 7 Leggi le didascalie in ordine inverso.



a) *Densità della distribuzione a coseno. L'istogramma indica la densità media in ogni intervallo fra i decili. La densità è finita negli estremi.*

b) *Funzione di ripartizione della distribuzione a coseno. Le ascisse segnate sono quelle dei decili come risulta dalle corrispondenti ordinate. I dieci intervalli fra i decili sono ugualmente probabili (prob. = 1/10); la probabilità si addensa verso gli estremi.*

c) *Si considera la distribuzione di probabilità della proiezione di un punto scelto a caso su una semicirconferenza. La divisione della semicirconferenza in dieci parti uguali (18°) dà i decili.*

pio del dado, citato all'inizio...

BdF.: ... quello è un esempio troppo comodo. Nei casi in cui praticamente tutti gli individui sono certamente d'accordo nel valutare una probabilità (dici, se mi permette una piccola cattiveria, quando anche tutti gli oggettivisti facendo una valutazione da soggettivisti sono d'accordo) ci vuol poco a proclamarla oggettiva, e chi è desideroso di collocare questo epiteto è pronto a contentarsi di così poco.

Ma poi — come si sa, l'appetito viene mangiando — pur di appioppare l'epiteto ad altre probabilità ci si contenta di ancor meno: per esempio di suddivisioni di casi complessi in fantomatici « casi elementari » (frasi come « veramente atomici e non solo apparentemente » e « non ulteriormente scomponibili » (pag. 62) non aggiungono evidentemente nulla di concreto) per la cui enumerazione si accettano indifferentemente criteri diversissimi ed arbitrari. Ma l'arbitrario scelto univocamente per mera convenzione appare oggettivo; l'importante — per i fautori di tale punto di vista — è solo bandire ogni traccia di buon senso o di intelligenza per evitare che la scelta risulti soggettiva e come tale per essi inaccettabile.

S.: Ho lasciato correre « una piccola cattiveria », come mi aveva chiesto; ma poi, anziché fermarsi, ha proseguito ancor peggio... Ora basta!

BdF.: Già, ha ragione. È che le idee espresse in forma vivace colpiscono meglio nel segno; intendo come chiarimento del punto di vista; non volevo certo colpire nessuno... Confermo anzi che anche il dissenso su questo punto, nonostante la forma « cattiva » delle controobiezioni, rientra a mio avviso in quegli effetti di « sottili differenze di visuale ».

S.: In che modo giocano qui tali differenze di visuale? e si tratta sostanzialmente di un'unica differenza, o di più differenze, tra loro indipendenti o tra loro collegate?

BdF.: Si tratta di più differenze di atteggiamenti collegantisi in un'unica differenza complessiva di visuale. Questa differenza complessiva può esser descritta brevemente dicendo che l'impegno, altrettanto sofferto e sottile e penetrante, per risalire alle basi essenziali

del ragionamento probabilistico, può esser visto in due modi sotto altro aspetto opposti (che si contrappongono non solo in questo caso ma in tutto l'ambito dei fondamenti della matematica).

L'uno consiste nel partire dal significato pratico, applicativo, prematematico, prescientifico, di un certo campo di problemi, nell'approfondire l'esame delle reali esigenze sottostanti ai problemi posti, per risalire di qui alle impostazioni idonee ed infine all'individuazione, a livello astratto, dei principi ed assiomi che riassumano tutto ma soltanto ciò che è richiesto dalle esigenze pratiche concrete da cui si è preso le mosse.

Questa è la mia via, la via che difendo in ogni campo come la sola feconda, ragionevole, sostanzialmente logica.

L'altra via consiste nel capovolgere tutto il cammino, procedendo (se il termine non vi sembra troppo cattivo) alla cieca. Tutto viene costruito in astratto con degli assiomi (va bene, è di moda, ma con ciò?), e si può naturalmente confezionare teorie astratte più o meno elegantemente congegnate. Nulla da obiettare se sono fine a se stesse. Ma spesso, invece, dei termini e delle relazioni che vi figurano in astratto vengono poi più o meno arbitrariamente interpretati identificandoli con concetti concreti, e magari pensando con ciò di dare una definizione a dei concetti che servirebbero nella pratica ma di cui non si vuole o sa dare una definizione collegata al significato concreto. È questa la ricetta più miracolistica (e purtroppo assai sfruttata) per creare pseudoteorie, e pseudoproblemi in seno ad esse, e pseudosoluzioni per tali pseudoproblemi.

S.: È questa, secondo Lei, la via seguita dai logicisti?

BdF.: In parte no. Spesso c'è un aggancio iniziale ad elementi realistici presenti nel ragionamento probabilistico, dalle situazioni di simmetria a quelle con frequenze, ed anche alle condizioni di coerenza per le scommesse. Ma, anziché vedere in esse l'effettiva radice e quindi il criterio unico ed ultimo per vagliare quali assiomi risultino necessari e sufficienti, nel senso di « adeguati per l'applicazione alla realtà », sembra lì si consideri dei rozzi spunti atti solo ad ispirare gli inventori

di assiomi arbitrariamente perfezionandi.

S.: Può chiarire questi rilievi con esempi concreti tratti dal libro di Costantini?

BdF.: Certamente. La difficoltà è solo nell'imbarazzo della scelta, che molti sono importanti e significativamente diversi tra loro. Intanto, abbiamo già menzionato la ricerca di distribuzioni « uniformi » rispetto a metodi arbitrari di enumerazione o suddivisione, quasi non fosse la stessa cosa che considerare distribuzioni arbitrarie. Ma ecco altri esempi di analoghe distorsioni di pensiero.

1) Definire la simmetria mediante assiomi (Carnap) concernenti *non le circostanze reali* riguardanti gli eventi bensì il *linguaggio* (puramente convenzionale) in cui vengono espressi (assiomi riconosciuti, per di più, come « in parte artificiosi » dallo stesso Costantini), varrebbe a « stabilire a livello rigoroso » delle « pretese di simmetria » che erano « confuse » (pag. 180).

2) Alle condizioni di coerenza (necessarie e sufficienti in base a un'analisi sostanziale) si ritiene di poterne aggiungere altre: *assiomi* che per il fatto di *restringere* l'ambito delle valutazioni ammissibili sono giudicati *costruttivi* anziché (come sono) assurdi; si dice che... « colmano una lacuna » (pagina 167). Anche l'assioma « L'insieme dei numeri primi è finito » colmerebbe, nell'identico senso, una *lacuna* nella teoria dei numeri.

3) Uno degli assiomi aggiuntivi (cfr. (2)) è la sostituzione della condizione di coerenza con quella, più restrittiva, di « coerenza stretta » (solo gli eventi impossibili hanno probabilità nulla!). Si rileva (pag. 189) che ciò è assurdo se i casi possibili sono ad es. i punti di un intervallo, ma non si pensa che allora esiste anche una suddivisione in due soli casi possibili in cui uno ha probabilità nulla (un punto a probabilità nulla e l'insieme di tutti gli altri).

4) Un'idea sottostante al paradosso ad (3) (e legata al linguaggismo ad (1)) è che la probabilità di un evento vada considerata (e ne dipenda?) nell'ambito in cui quell'evento è collocato (quel « punto » nell'infinità dei punti dell'intervallo, o invece contrapposto al suo complementare?). (Questa è una brutta consuetudine diffusa; nel mio

libro la ho più volte attaccata come « Letto di Procuete »).

5) La conclusione ad (3) viene accettata per « argomenti » quali il suo « maggior grado di immediatezza a livello intuitivo » (pag. 186). Analoghe giustificazioni si danno in casi simili. Si fa dunque appello all'intuizione (!) per accogliere assiomi gratuiti o anche assurdi che piacciono, mentre la si bandisce là dove occorrerebbe farne uso realmente per vagliare in concreto fatti e situazioni.

6) In fatto di induzione, vengono introdotte attraverso « assiomi » ad hoc delle conclusioni « intuitivamente accettabili » (pagg. 116, 119, ecc.). Anche qui la loro indipendenza dagli assiomi effettivi dimostrerebbe... non che sono false (come è facile verificare) bensì che sono costruttive.

7) Vengono usati metodi sostanzialmente bayesiani, ma non con la loro giustificazione naturale, bensì soltanto in casi speciali (« continuo » di Carnap e di Hintikka, risp. a 1 e 2 parametri) basati su « ipotesi » artificiali e astratte (capp. VII e IX), su parametri di significato altrettanto soggettivo quanto metafisico e per di più malamente interpretato (indici di « fiducia nella regolarità della natura » e « nelle convinzioni a priori dello sperimentatore »). Viene invece giudicato « un ripiegamento su posizioni prescientifiche » (pag. 262) il basarsi sull'impostazione bayesiana (forse meglio, « neobayesiana ») in cui le probabilità iniziali (niente « a priori ») vengono valutate, anziché in tale modo artificioso e pretestuoso, nel modo sensato consistente (come fa ogni persona ragionevole, scienziato o comune mortale) nel tener conto di tutte le conoscenze teoriche e pratiche relative a un fenomeno per costruirsi l'espressione delle « convinzioni iniziali » (dello sperimentatore, se così si vuol dire).

Guardando con tali occhiali, la « scientificità » dipenderebbe cioè dall'introdurre enormi ed abnormi dosi di simbolismo senza degnarsi di pensare ai fatti che vi si dovrebbero raffigurare: pensando ad essi, che non sono entità astratte logicamente pure, inevitabilmente tutta la preziosistica « scientificità » ne risulterebbe inquinata!

Dichiarazioni esplicite, che potrebbero risultare chiarificatrici se non fossero totalmente contraddittorie, sono le se-

guenti che si trovano a una sola pagina di distanza. L'una (a pag. 308) scinde il problema dell'induzione in due aspetti distinti: quello *filosofico*, « di come sia possibile giustificare le inferenze induttive », e quello *logico*, « che si disinteressa invece della giustificazione dell'induzione e, accettando come un dato di fatto che la scienza compie delle inferenze induttive, cerca di chiarire le modalità con cui dette inferenze vengono effettuate ». L'altra (a pag. 307) afferma invece che « Per i logicisti vi è una completa identificazione tra la logica induttiva e il calcolo delle probabilità », in quanto « non si tratta più di accettare o rigettare una ipotesi sulla base di un ragionamento induttivo ma di assegnarle un valore di probabilità ».

Questa seconda posizione coincide (se presa sul serio) con quella soggettivistica: quando si accetta di ragionare coerentemente, cioè in base alla teoria delle probabilità anziché ignorandola o calpestandola, essa fornisce direttamente e inscindibilmente tutte le conclusioni e la loro giustificazione. Quanto alla prima posizione, basti un'osservazione incidentale. Non mi consta che « la scienza » (forse si voleva dire « Minerva », o esiste altra mitologia più moderna?) compia delle inferenze, e, se si tratta di conclusioni cui sono pervenuti altri uomini, non vedo perché le loro inferenze vadano prese come base « oggettiva ». Certo, sono « dati di fatto », ma come tali dovrei imparzialmente basarmi anche sui metodi di ragionamenti degli squilibrati (e, perché no, perfino sui ragionamenti miei che diventeranno essi stessi « dati di fatto » appena li avrò fatti).

E fermiamoci a questi sette punti; si potrebbe continuare, ma, per rendere completa l'analisi dei motivi di dissenso non si finirebbe più. D'altronde, come saggio della diversità dei modi di pensare ce n'è invece già d'avanzo. Ma forse anche i cenni a singoli problemi erano afferrabili e utili come orientamento sulla problematica in oggetto da parte del lettore medio.

s.: Sì, mi pare che da queste esemplificazioni la contrapposizione risulti netta e sia balzata viva...

bdf.: ... Ma c'è un fatto curioso che va detto. Ho l'impressione che entrambi gli interlocutori vedano se stesso nel

ruolo di Galileo e l'antagonista nei panni di Simplicio!

s.: È divertente! Sentiamo le ragioni che Lei adduce dal Suo punto di vista.

bdf.: Il soggettivista vede nei propri ragionamenti la modernità antimetafisica del pragmatismo (penso soprattutto a Vailati!) che accetta solo definizioni operative (Mach, Einstein, Bridgman,...), mentre ravvisa in quelli dei logicisti, emananti dal vuoto dell'astrazione, una reviviscenza dell'apriorismo aristotelico medievale. Anzi, mi hanno fatto sovvenire di una osservazione che ricordavo di aver letto molto tempo fa e che sono andato a ricercare (in Federigo Enriques, « Per la storia della logica », Zanichelli 1922, pagine 177-78): la ripeto facendola mia e riferendola al nostro argomento.

« Rivive qui l'idea alchimistica espressa dall' 'Ars magna' dal mistico catalano Raimondo Lullo (1235-1315), che, disponendo arbitrariamente concetti materiali o formali sopra tre cerchi girevoli attorno ad un punto, ne produceva a volontà tutte le combinazioni possibili: singolare miscuglio di verità e di stravaganze! Quanto di quest'idea sopravvive nella fede che i logici matematici più recenti accordano ancora alla magica virtù creativa o euristica dei simboli? ».

s.: Ed ora mi faccia sentire l'altra campana!

bdf.: Il logicista vede nell'assiomatizzazione della matematica (secondo me utilissima, ma a suo tempo e luogo e con misura) un pretesto per sentirsi padrone di ridurre tutto a linguaggio, di dettare le leggi a suo piacimento ricamandoci sopra giustificazioni formalistiche, di snobbare chi crede ancora che il calcolo delle probabilità sia « il buon senso ridotto a calcolo », come diceva... sa chi?

s.: Chi?

bdf.: ... mah!... nientemeno che quel povero sprovveduto di Henri Poincaré! ... Però... non vi pare che avesse ragione?

s.: Non spetta certo a me rispondere, ma al lettore...

bdf.: Certo...

s.: ... a lui l'« ardua sentenza »! C'era però un punto in sospeso, quel certo

« fatto inesplicabile », finora appena accennato.

BdF.: Ebbene, come già accennato, il fatto è che, proprio riguardo alla concezione soggettivistica, è completamente sfuggita a Costantini la parte fondamentale, e cioè la « esplicita trattazione dei rapporti tra probabilità ed induzione operata dai soggettivisti » che a suo avviso « non esiste » (pag. 305), e che non è neppure elencata nella sua presentazione dei diversi (sei, se non più) « tentativi di giustificazione dell'induzione » (pagg. 309 e 310).

s.: Si tratta di un'impostazione introdotta da Lei?

BdF.: Nell'insieme, no: si tratta del classico punto di vista bayesiano (o neo-bayesiano, ma non è il luogo per sottolineare su distinzioni). Di mio c'è la cura nell'evitare locuzioni a rigore prive di senso, se si prende sul serio (come io prendo) la concezione soggettiva (al di fuori della quale nessuno che parli di probabilità riesce a spiegare di che cosa stia parlando).

Si trattava precisamente, in tale caso, di eliminare il riferimento a « probabilità incognite » (cosa mai potevano essere???), e ciò è stato possibile mediante l'introduzione del concetto di « scambiabilità ». (In un primo tempo usai « equivalenza », termine poi abbandonato, seguendo un consiglio di Fréchet, a causa della sua ambiguità). La scambiabilità è una proprietà delle probabilità (soggettive, naturalmente), e in tale senso è valida e mostra quale fosse il senso sottostante all'enunciato impropriamente formulato menzionando misteriose probabilità « incognite ». Comunque, la mancata menzione di tale contributo non mi spiace tanto per l'argomento in sé, quanto per il fatto che esso costituisce uno dei pilastri della concezione soggettivistica. È grazie alla giustificazione del ragionamento induttivo da esso fornita in versione soggettivistica che la concezione soggettivistica ha guadagnato in completezza e quindi in consensi. Ignorando ciò, ogni discussione su di essa non può che riuscire manchevole.

s.: Forse tale teoria era stata poco divulgata? era difficile avere accesso a pubblicazioni che la svolgessero?...

BdF.: Tutt'altro, e proprio per questo il fatto è inesplicabile. La citazione

precedente (sulla « trattazione » che « non esiste ») è tratta dalle mie lezioni al Corso CIME del 1959 a Varenna, intitolate « La probabilità e la statistica nei rapporti con l'induzione secondo i diversi punti di vista », e da ivi è tratto anche un altro passo (a pag. 306): « Il ruolo della teoria delle probabilità nell'impostazione della logica induttiva consiste nell'indicare come debba modificarsi la valutazione di probabilità relative ad eventi futuri in seguito al risultato di eventi osservati ». Senonché, invece di proseguire nella lettura del testo — dove avrebbe naturalmente trovato l'ampia esposizione dell'argomento preannunciata nel titolo e nella frase citata — l'A. deve essersi inesplicabilmente convinto che con quella frase avesse esaurito l'argomento, fermandosi. Egli infatti afferma (sempre a pag. 306): « Non esiste — le affermazioni che abbiamo ora viste lo confermano — alcun tentativo di precisare il discorso ». Quel discorso, del resto, era già stato precisato, nel senso della scambiabilità, embrionalmente in una comunicazione che feci nel 1928 al Congresso Internaz. dei Matematici a Bologna, sviluppato in una memoria all'Acc. dei Lincei (1930) e più nelle conferenze all'Inst. Poincaré di Parigi (1935) ripubblicate in inglese nel 1964 (in « Studies in subjective probability », a cura di Kyburg e Smokler, ed. Wiley), dopo che L.J. Savage l'aveva fatto conoscere in America nel suo fondamentale libro « The Foundations of Statistics » (Wiley, 1954).

s.: Ma a Lei non è proprio riuscito, o non ha neppure pensato, di trovare una giustificazione (in senso freudiano, magari...) di questo lasciarsi sfuggire una cosa così a portare di mano?

BdF.: Adesso che mi ci fate pensare... forse..., e già! proprio in certo senso freudiano..., una giustificazione potrebbe trovarsi..., sempre scavando in quella « sottile differenza di visuale » di cui si è già tanto parlato.

Può darsi che la mia trattazione sia sembrata a-prima vista, senza leggerla, non una trattazione dell'induzione, perché studia matematicamente il modo in cui un individuo, per conservarsi coerente, deve tener conto dell'esperienza nel caso della scambiabilità (che corrisponde al caso tipicamente considerato nelle discussioni sul ragionamento in-

duktivo). Questa forma corretta e naturale di porre la questione può ben sembrare attinente a una questione diversa, priva di rilevanza « filosofica », da parte di chi si sia abituato ad apprezzare, anziché conclusioni *dimostrate*, conclusioni stabilite sotto forma di « assiomi » estratti come conigli dal cilindro del prestigiatore.

s.: Si tratta allora di teorie completamente diverse, non confrontabili tra loro, dal punto di vista matematico?

BdF.: No, tutt'altro. Anzi, è proprio tale confronto che permette nel modo più immediato di chiarire la relazione che passa fra le due impostazioni e di riprendere su tale base precisa il confronto fra i sottostanti punti di vista. L'impostazione bayesiana presuppone che uno abbia un'opinione iniziale, consistente nella distribuzione di probabilità (che può essere una qualsiasi) per la « probabilità incognita » di eventi del tipo che si vuol considerare, supposti « indipendenti ». Quella soggettivistica è identica, salvo nel correggere la improprietà della precedente formulazione: in effetti non si ha « indipendenza » ma *scambiabilità*, e ciò implica già l'esistenza della distribuzione iniziale, la stessa di prima, ma riguardante non entità metafisiche come le presunte « probabilità incognite » bensì le effettive future frequenze (asintoticamente). In entrambe le presentazioni la distribuzione (sull'intervallo (0,1) dei valori possibili per una probabilità o frequenza) può essere *qualunque*; nessuna ulteriore restrizione è lecita (salvo, ovviamente, se ci si vuole espressamente limitare momentaneamente a un tipo di casi più ristretto trascurando gli altri altrettanto ammissibili).

s.: E nell'impostazione logistica?

BdF.: Matematicamente, le soluzioni che in essa vengono proposte sono le stesse, salvo che, partendo da precetti più o meno aprioristici e formalisti anziché da un'analisi diretta e spregiudicata, si arriva a considerare soltanto alcuni tipi semplici di distribuzioni, e le corrispondenti conclusioni vengono elevate al rango di speciali « schemi logici » del ragionamento induttivo. Per solito i logicisti si fermano al primo ben noto schema di Bayes-Laplace (distribuzione iniziale uniforme) e sue semplici derivazioni (per es. distribuzioni

«Beta», come nel «continuo» di Carnap).

s.: Ma adesso, di nuovo, mi sembra che non ci sia nulla di sostanzialmente diverso, e non riesco a vedere come e dove sussista un dissenso...

bdf.: Sta nel punto di vista. Il bayesiano dimostra e sa che, se l'opinione iniziale di qualcuno corrisponde alla distribuzione uniforme, questi, dopo aver visto r successi in n prove, deve valutare in $p=(r+1)/(n+2)$ la probabilità delle ulteriori prove («regola di successione» dello schema Bayes-Laplace). Un logicista potrebbe accettare tale «regola» come «legge del ragionamento induttivo» (non credo si sia giunti a tanto, ma come esemplificazione semplificata rende l'idea).

Il fatto è che i logicisti, rifiutando la logica del probabile come strumento naturale e generale di ogni ragionamento in condizioni di incertezza, sono obbligati a inventarne dei surrogati per rimpiazzare i brandelli che vorrebbero salvare. Così, attraverso artificiose elucubrazioni formalistico-dogmatiche, falsano e complicano ciò che è semplice fino a renderlo astruso e fuorviante. Mi fanno ricordare (se è permessa una osservazione scherzosa) la gigantesca «macchina per tagliare il brodo» costruita per una festa delle matricole (quando ero studente a Milano, Politecnico),... ma poi si apprese che era già stato scoperto il modo di ingerire il brodo senza tagliarlo.

s.: Ed ora, viceversa, dopo un pronunciamento così perentorio, mi pare che il dissenso sia radicale e incolmabile più di quanto Lei mi avesse finora fatto pensare. Come si concilia ciò, ad esempio, col giudizio complessivamente favorevole riguardo al libro di Costantini ed anche riguardo a sue considerazioni e prese di posizione personali?

bdf.: Dovevo certamente tornare su questo punto, per evitare spiacevoli equivoci; grazie per avermene dato la occasione, evitandomi il rischio di scordarmene.

Le mie osservazioni critiche riguardano il punto di vista logicista (e un po' tutto l'eccesso di logicismo della cosiddetta «matematica moderna», dannoso quando va oltre il ruolo importantissimo della logica pretendendo invece di bandire o indebolire i non meno es-

senziali apporti empirico-intuitivi); in tal senso dovevo esprimermi in modo netto.

Il libro di Costantini è chiaro ed onesto; il lettore può trarne ottime informazioni e spunti per riflessioni; starà a lui vedere se accettare anche le inclinazioni dell'A. o no. (E l'A. stesso potrà ripensarci: anch'io, dopo un periodo di fanatismo per la logica (Peano, Russell,...), avvertii la necessità di equilibrarlo con altre esigenze).

Quanto alle «considerazioni e prese di posizione personali», io confido di intravedere sempre, in tutti gli autori, il riflesso di loro atteggiamenti autentici — cioè *soggettivi*! — anche se militano sotto opposte bandiere...

s.: È forse effetto dei Suoi occhiali, che darà un motivo di più a coloro che li giudicano deformanti?

bdf.: Certo, può darsi... Ma comunque non potrei né saprei interpretare diversamente anche le affermazioni di Costantini che, in tal senso, mi sembra in genere di poter abbastanza sottoscrivere apprezzandone le argomentazioni. (E speriamo che ciò non gli riesca spiacevole...).

s.: Può menzionare qualche esempio anche in questo senso?

bdf.: Certamente. Devo però dire che non sempre appare chiaro se i giudizi sono propri dell'A. o riportati da altri e condivisi o meno. Ecco una critica ai frequentisti (tipo von Mises): «definendo la probabilità come la frequenza relativa di una successione infinita si compie un'astrazione che porta la teoria fuori del campo sperimentale e non si ha quindi più diritto di invocare l'esperienza» (pag. 43); altre seguono (ad es. pag. 47). Un'ammissione di relatività e quindi soggettività: «Cosa si vuole esattamente dire quando si afferma che *non si conoscono ragioni* (per dare probabilità diverse a casi analoghi)? Ciascuno, sulla base delle proprie convinzioni, può rispondere nel modo che crede più opportuno. Per alcuni la conoscenza di un dato fenomeno può costituire una *ragione* che altri non accettano» (pag. 61). Parlando di *rilevanza* «riappare... il vecchio circolo vizioso della definizione laplaciana (mentre se) è data in termini empirici si può evitare la circolarità ma... si va ovviamente contro

l'impostazione di fondo del logicismo (pag. 63). A proposito dell'impostazione assiomatica di Kolmogorov, contraddicendo al miracolismo del senso nascente dagli assiomi, si dice che il calcolo «non può essere applicato senza un'adeguata definizione di probabilità» (pag. 114).

Che in effetti egli stesso parta da valutazioni soggettive risulta da esempi come quello di un tram (pag. 50) e quello di un dado (di cui uno può propendere a ritenerlo non «truccato» pur avendo dato risultati disuguali per «averlo comperato in un buon negozio»; pagina 59). Allo stesso riguardo «allo stato attuale delle conoscenze sembra che solo il giudizio individuale sia in grado di scegliere fino a che punto debbano essere tenute presenti le considerazioni a priori e inversamente le considerazioni a posteriori» (pag. 302). Ma l'affermazione più sintomatica, in quanto in essa si condensa il pensiero dei soggettivisti, è questa «La misura della credenza è cioè la sola quantità comune di cui disponiamo per confrontare due eventi, ed è quindi su di essa che dobbiamo fondare il nostro giudizio» (pag. 24).

s.: Perché dice che «condensa il pensiero dei soggettivisti»?

bdf.: Perché spiega che, per essi, la probabilità soggettiva si identifica con quella «logica» o «frequentista» (salvo i casi in cui non ritengano che logicisti e frequentisti non l'abbiano accettata troppo incautamente, accecati dalla lettera di definizioni da prendere con buon senso), al contrario di quanto mostrano di credere gli oggettivisti quando sembrano credere che i soggettivisti diano per partito preso valutazioni diverse. In realtà essi non respingono nessuna delle ragioni tenute presenti da altri, ma criticano l'unilateralità e la meccanica superficialità con cui quelli le intendono, trascurando gli altri motivi non meno validi per il fatto di non prestarsi a venir tradotti in schemi formalistici o in fumose disquisizioni logico-metafisiche.

s.: Con ciò mi pare che i lettori abbiano già un panorama abbastanza esauriente sullo stato attuale della problematica concernente i fondamenti del calcolo delle probabilità. Grazie.

bdf.: Grazie a Lei. È stata una conversazione molto piacevole.