SULLA TEORIA DELLA CREDIBILITÀ *)

Bruno de Finetti

SUNTO. — In una conferenza al Seminario Attuariale, l'autore riferì alcune informazioni sulla «Credibility Theory», poco conosciuta fuori degli Stati Uniti, elogiandone lo spirito informatore ma prospettando l'opportunità di tradurlo in una impostazione adeguata anziché in formule empiriche. Senonché, come egli dice in una nota premessa al testo della conferenza, risulta che l'impostazione suggerita (bayesiana) si trova già sviluppata in un lavoro di A. L. Bailey (1950) che non sembra aver ottenuto l'attenzione che merita.

Premessa.

Nel pubblicare il testo della conversazione tenuta il 28 febbraio 1963 al Seminario attuariale, dal titolo Che cosa è la «Credibility Theory»?, *e destinata a far conoscere qualcosa su un argomento poco noto fuori degli Stati Uniti, devo aggiungere la presente premessa.*

Qualche mese più tardi venne a Roma il prof. Allen L. Mayerson, della University of Michigan, Ann Arbor, che tenne sull'argomento una più nutrita conferenza, il cui testo è pubblicato in questo stesso fascicolo. Ciò potrà rimediare alla incompletezza dei cenni nella mia conversazione.

Ma nella stessa occasione potei avere da Mayerson un estratto del lavoro «Credibility Procedures», di Arthur L. Bailey «Proc. Casualty Actuar. Soc.», *XXXVII, 1950), e trovai in esso non solo quell'adeguatezza d'impostazione che lamentavo assente nella trattazione consultata, ma addirittura le stesse formule (basate sull'impiego della distribuzione Beta) che avevo suggerito come le meglio rispondenti allo scopo. Anzi la trattazione è ivi rimarchevolmente completa, non solo per questo caso, ma anche per parecchi altri (schema di Poisson anziché di Bernoulli, con – allora – distribuzione Gamma; altri schemi complessi, con impiego in particolare della distribuzione normale; cenni a problemi che lascia insoluti, comprendenti probabilità e distri-*

---

*) Conferenza tenuta all'Istituto Italiano degli Attuari il 28 febbraio 1963.

buzione per ammontare di sinistri, tra loro correlate; ecc.). L'aderenza della trattazione di Bailey all'impostazione bayesiana è esplicitamente dichiarata nel sottotitolo del suo citato lavoro: « Laplace's generalisation of Bayes' rule and the combination of collateral knowledge with observed data »; fatto tanto più rimarchevole in quanto tale punto di vista a quell'epoca era ancora generalmente avversato.

Se il lavoro di Bailey, pur citato, non ha condotto a soppiantare le anteriori formule empiriche, non deve esser conseguenza di tale avversione (perché tutta la « Credibility Theory » è sull'altra sponda), bensì della forza dell'abitudine e forse dell'apparente oscurità di un'impostazione più completa e coerente.

Va comunque riconosciuto e segnalato che A. L. Bailey, in questo lavoro, non solo ha dato una precisa impostazione bayesiana andando contro la corrente predominante in quell'epoca, ma ha anche precorso gli accorgimenti specifici di Autori recenti per l'uso di « distribuzioni coniugate » (come menzionate in seguito, nota in calce [5]).

Di ciò ho fatto cenno nel frattempo anche al Colloquio Astin (Trieste, 19 settembre 1963) nel rapporto sul tema: « La théorie des plus grandes valeurs et son application aux problèmes de l'assurance ». Il testo è stato nel frattempo pubblicato in The Astin Bulletin, *e in traduzione italiana nei* Quaderni dell'Ist. Studi Assicurativi *di Trieste.*

Ed ecco ora il testo della conversazione al Seminario Attuariale.

Che cosa è la « Credibility Theory »?

Pochi mesi or sono mi è capitato casualmente di veder menzionata questa denominazione, per me nuova, di « Credibility Theory », e ho cercato di apprendere cosa fosse. Poiché effettivamente sembra che la conoscenza degli studi effettuati sotto tale nome sia piuttosto scarsa all'infuori dell'ambiente attuariale americano, e più precisamente di quello della Casualty Actuarial Society, ho ritenuto opportuno riferirne in questo Seminario. La presente esposizione, senza pretese che vadano oltre una prima informazione e qualche commento personale, si basa su di un opuscolo recentemente apparso: *An Introduction to Credibility Theory*, di L. H. Longley-Cook, pubblicato dalla Casualty Actuarial Society, New York, 1962, come introduzione elementare all'argomento per uso dello Educational Committee della società. È detto infatti nella prefazione che mancava una esposizione del genere, atta a dare una prima visione d'insieme di tale teoria senza risalire alle numerose e spesso lunghe e difficili pubblicazioni originali che (come risulta dalla bibliografia) si sono succedute ininterrottamente da verso il 1914 ai nostri giorni. Nell'opuscolo di Longley-Cook sono però riportate frequenti e talvolta ampie citazioni dai principali lavori ed autori precedenti, ciò che permette di seguire chiaramente lo sviluppo del loro pensiero. Cercherò nel seguito di richiamare l'attenzione su alcuni punti più interessanti nel modo più fedele, traducendo alcuni passaggi vuoi del Longley-Cook o vuoi dei brani da lui riportati di autori precedenti.

Per anticipare subito quale sia la mia impressione complessiva, dirò che lo spirito informatore della «Credibility Theory» mi sembra senz'altro valido, e interessante come testimonianza di una non domata opposizione di una parte del mondo attuariale e assicurativo contro la tendenza oggettivistica di certe scuole statistiche per lungo tempo predominanti; d'altra parte però i suoi sviluppi formali sembrano non troppo adeguati al compito e spesso inficiati da involontarie frammistioni a concetti derivanti dal campo opposto o dall'impiego di procedimenti di cui non si vede bene una giustificazione.

La parte che mi appare positiva, la tesi di partenza, l'aspetto concettuale, risultano chiari attraverso alcune citazioni, di cui vale la pena di riferire le più significative.

Le seguenti sono tratte tutte da scritti di Arthur L. Bailey, che, come afferma Longley-Cook, è «l'attuario che più di qualunque altra persona ha contribuito alla nostra conoscenza intorno alla credibilità».

«Presentemente, pressoché tutti i metodi di estimazione statistica che appaiono nei libri di testo sui metodi statistici o vengono insegnati nelle università americane sono basati su qualcosa di equivalente all'assumere che ogni e qualunque informazione collaterale o conoscenza a priori sono prive di valore . . . Sembra che sia soltanto nel campo attuariale dove abbia avuto luogo una rivolta organizzata contro il non tener conto di tutta la conoscenza anteriore quando si debba fare una stima facendo uso di dati ultimamente acquisiti» (*loc. cit.*, p. 4).

«In primo luogo, c'è la sensazione, da parte degli assicuratori infortuni, che essi non sono privi di conoscenza prima di aver acquisito certi dati statistici. Questa sensazione è probabilmente condivisa dal personale che esercita un'attività in qualunque tipo di affari. (. . .) «Le procedure della credibilità, usate nella revisione dei tassi di premio per infortuni, sono state sviluppate dagli attuari dell'assicurazione infortuni per dare un peso appropriato alla conoscenza addizionale nella sua combinazione con la conoscenza preesistente».

«Un secondo convincimento degli attuari dell'assicurazione infortuni è che essi si trovano in un'attività in continuo movimento: una più o meno sensibile differenziazione nei rischi ha luogo ad ogni istante». (...).

«Una terza peculiarità è che gli assicuratori infortuni stimano che ogni assicurato differisce da tutti gli altri assicurati». (...). «I metodi statistici generalmente insegnati e pubblicati in libri di testo si occupano di popolazioni per cui l'intera variabilità è prodotta dai capricci del caso e dagli errori accidentali di misura. Le popolazioni (o collettività) dell'assicurazione infortuni consistono invece di individui aventi una variabilità di aspettative diversa da quella dovuta a questi due fattori: bisogna ammettere che i loro rischi specifici differiscono tra loro ...» (*loc. cit.*, pp. 6–7)

Alcuni brani di Longley-Cook chiariscono quali tipi di conoscenza a priori possano aversi a considerare e in quale modo vengano in genere utilizzati. Egli osserva tra l'altro (a pp. 16–17, *passim*):

«Per esempio, nel complesso problema della tariffîcazione dei rischi dell'assicurazione incendi, le diverse relazioni dipendenti dai tipi di costruzione *sono basate quasi interamente su giudizi d'ingegneria*. In casi meno complessi viene fatta l'ammissione che i tassi di premio in una classificazione sono legati mediante una semplice regola ai corrispondenti tassi di un'altra classificazione. La regola, che può a sua volta esser *basata soltanto su un giudizio* o derivare da qualche speciale studio, prende usualmente la forma di una differenza percentuale o costante ...»[1].

Per spiegare come spesso siano utilizzabili i risultati di confronti secondo l'una o l'altra di più classificazioni isolatamente, ma non secondo la combinazione di tutte tali classificazioni prese simultaneamente, egli dà questa gustosa immagine:

«Possiamo paragonare la nostra statistica a una grande focaccia friabile, che possiamo tagliare a fette per ottenere porzioni facili a mangiarsi. Il modo di affettarla può esser scelto in diverse maniere – per lungo o per largo od anche a strati orizzontali – ma soltanto

---

[1] I corsivi nella traduzione (qui e altrove) sono miei, per sottolineare punti che mi sembra opportuno segnalare al lettore italiano.

un modo per volta può essere usato. Se tentiamo di tagliare la focaccia secondo più di una direzione per volta ci troveremo con un'inutilizzabile mucchio di briciole ».

Come esempio dell'utilità di usare dati collegati ma non riguardanti direttamente il rischio in oggetto, Longley-Cook menziona il caso del « merit rating », che è più o meno quello noto da noi come « bonus » dipendente da assenza di sinistri nel passato. Fondamentalmente ci si basa sulla storia dei sinistri in passato, ma spesso associandola con qualche altra forma di classificazione, per esempio « mediante una combinazione della storia dei sinistri e qualche dato strettamente collegato alla capacità potenziale di sinistri, come l'elenco delle infrazioni alle norme del traffico ».

Ho riferito subito tutte queste citazioni per dare un'idea dell'orientamento concettuale che ispira gli autori e fautori della teoria della credibilità, orientamento che – come sarà stato rilevato agevolmente – è nel complesso praticamente coincidente con quello della concezione soggettivista della probabilità, che va attualmente guadagnando terreno. Essa risponde ora infatti non solo alle esigenze logiche e concettuali da lungo tempo prospettate e sostenute da F. P. Ramsey, da me, da B. O. Koopman, e poi da L. J. Savage, R. Schlaifer, H. Raiffa e parecchi altri autori, ma anche ad esigenze di fatto sorte per l'apparire di insufficienze nei metodi proposti in nome della statistica « oggettivistica » e per la necessità di applicare concetti probabilistici in problemi di natura economica, di ricerca operativa, di teoria delle decisioni e dei giochi, di indagine psicologica, e via dicendo, che mal si adattano a venir costretti negli angusti schemi concettuali di quelle impostazioni.

Con queste premesse si sono però sfiorati molti dei diversi aspetti e delle diverse applicazioni della « credibilità », menzionate nella esposizione riassuntiva di Longley-Cook, e che schematicamente possiamo dire riguardino nell'ordine: la determinazione delle probabilità di sinistro sia in media per una collettività ampia che differenziate secondo classificazioni più o meno spinte; ricerche analoghe includenti la distribuzione dei sinistri secondo grandezza; considerazioni su particolari procedimenti di valutazione tra cui quello che tien conto dei precedenti di ogni singolo rischio, ed infine a problemi vari di riassicurazione, surplus, ecc.

È tempo ora di dire che cosa sia questa « Credibility Theory », e a questo scopo sembra sufficiente e preferibile limitarsi al caso più semplice, sul quale è più agevole cogliere ciò che è essenziale e fare qualche commento e considerazione d'indole critica. È questo che mi preme e ritengo utile dire per attirare l'attenzione sull'argomento e impostare una possibile base di discussione sulla sua validità e importanza, mentre il passaggio dal problema più semplice ad altri più complessi, una volta chiarite le questioni d'impostazione e di principio, non presenta difficoltà sostanziali.

La riflessione che serve di base all'introduzione dei concetti della teoria della credibilità si può ancora illustrare chiaramente mediante una citazione da Longley–Cook (p. 10):

« Se noi abbiamo una certa frequenza di sinistri basata sull'esperienza passata e un nuovo insieme di dati che non è abbastanza numeroso per assicurare una piena credibilità (ossia – nota del traduttore – perché la frequenza possa venir assunta fondatamente come valutazione della probabilità) secondo la base che abbiamo accettata per il tipo di affari in discussione, *come devono venir combinati i due insiemi d'informazione agli effetti della determinazione dei tassi di premio per il futuro?* Ovviamente saremmo in torto nel rigettare l'uso dei nuovi dati per il fatto che non bastano a dare piena credibilità, nè dovremmo ignorare il vecchio tasso che potrà esser stato basato su di un vasto volume di dati. È chiaro che s'impone una qualche combinazione dei due ».

In che modo?

La risposta di Longley–Cook è piuttosto formalistica: si tratterà di prendere una media ponderata

$$[1] \qquad p = (1 - Z)\, p_0 + Z p_1$$

tra il tasso vecchio, p_0, e la frequenza fornita dai nuovi dati, p_1, dando a quest'ultima un peso Z da chiamarsi *credibilità* e che, nel caso cui ci riferiamo di *parziale credibilità*, avrà un valore compreso tra 0 e 1. Ovviamente, sarà $Z = 1$ nel caso di *piena credibilità* ($p = p_1$: ci si basa solo sui nuovi dati ignorando i vecchi), e $Z = 0$ nel caso opposto di *credibilità nulla* ($p = p_0$: si conserva il vecchio tasso senza tener conto dei nuovi dati).

Ma come determinare Z? Longley–Cook indica diverse formule, che possiamo scrivere:

$$[a] \quad Z = n/(n+m)\,, \qquad [b] \quad Z = (1+k)\, n/(n+kN)\,, \qquad [c] \quad Z = \sqrt{n/N}\,,$$

dove n è il numero di casi dei « nuovi dati » ed m dei vecchi, N è il numero di casi richiesto per la « piena credibilità » (nelle formule

[b] e [c], che di conseguenza sono applicabili per $n \leq N$ mentre per $n > N$ vanno sostituite con $Z = 1$), e k è una costante positiva (come esempio e suggerimento è indicato il valore $k = 1/2$); si noterà che, invece, la [a] non porta mai a $Z = 1$ se non asintoticamente.

La giusta intuizione dei problemi di fondo che ha condotto a prospettare l'introduzione della credibilità non trova però, a mio avviso, una soluzione adeguata o accettabile nella realizzazione pratica basata sull'adozione di siffatte formule. Tra esse, la [a] sarebbe giustificabile nell'ipotesi di un mero arricchimento di dati, nella esclusione di ogni ammissibile fattore di differenziazione tra i rischi « vecchi » e « nuovi », e non è questa la situazione ipotizzata nelle considerazioni preliminari. Le altre sono formule empiriche, basate rispettivamente: la [b] su una deformazione arbitraria della [a] intesa a « correggerla », e la [c] sull'equivoco consistente nel ritenere che il « peso » (in analoghe questioni di teoria degli errori) sia il reciproco dello scarto quadratico medio (mentre notoriamente è il reciproco del quadrato), ed inoltre sulla non spiegata adozione della espressione [c] mentre dal testo risulterebbe che $\sqrt{n/N}$ dovrebb'essere semmai non Z ma il rapporto tra Z e $1 - Z$, cosicché risulterebbe

[d] $$Z = \sqrt{n}/(\sqrt{n} + \sqrt{N}) \,.$$

(Ma forse ciò non fa comodo perché non dà 1 per $n = N$?).

Correggendo entrambi gli errori insinuatisi nel portare alla [c], si deve sostituirla con la [d] ed in essa sopprimere le estrazioni di radice, giungendo alla:

[e] $$Z = n/(n + N) \,,$$

ossia alla [a] con la sostituzione del numero m (dei casi considerati nei « vecchi » dati) con un numero N convenzionale. Poiché la [a] si era riconosciuta giustificabile sotto ipotesi speciali, appare plausibile che possa divenirlo nelle ipotesi effettive scegliendo opportunamente il valore N da sostituire ad m; e vedremo infatti che così è.

Sviluppando l'espressione di p in conformità della [e] si ha:

[2] $$p = (1 - Z)\, p_0 + Z p_1 = (N p_0 + n p_1)/(N + n) = (R + r)/(N + n)$$

dove $r = n p_1$ è il numero dei sinistri osservati nei « nuovi dati » (per definizione è infatti $p_1 = r/n$) ed $R = N p_0$ è il numero di sinistri che si avrebbe sul numero convenzionale N di rischi con la frequenza p_0 dei « vecchi dati ». Possiamo esprimere il risultato dicendo che p è la frequenza dei nuovi dati corretta pensando di aggiungere alle n osservazioni nuove (di cui r sinistri ed s non–sinistri) un numero conveniente N di osservazioni fittizie, di cui R sinistri ed S non–sinistri in conformità alla frequenza p_0. Ma è facile riconoscere in ciò, sostanzialmente, la formula della « regola di successione » del caso di Bayes–Laplace: scrivendo (per l'esattezza, superflua se R ed S sono grandi, ma comunque una convenzione vale l'altra) $R+1$, $S+1$, e quindi $N+2$, al posto dei precedenti R, S ed N si ha infatti

$$p = \frac{R+r+1}{N+n+2} \tag{3}$$

che è, in quelle ipotesi [2], la probabilità di un sinistro dopo $N+n$ osservazioni di cui $R+r$ abbiano dato luogo ad un sinistro ed $S+s$ no.

È lo stesso dire che p è la probabilità di nuove prove future, dopo aver osservato la frequenza $p_1 = r/n$ negli n casi rilevati, se (nelle solite ipotesi di scambiabilità [3]), come distribuzione di probabilità iniziale per il (diciamo pure così per intendersi brevemente) « vero valore del nuovo tasso », assumiamo la distribuzione Beta di parametri $1+R$ ed $1+S$ [4] che è per l'appunto la distribuzione finale del caso Bayes–Laplace dopo $R+S$ prove di cui R successi:

$$\begin{aligned} f(x) &= Kx^R (1-x)^S \\ &= Kx^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \end{aligned} \tag{4}$$

---

[2] Nel linguaggio usuale, considerando inizialmente uniformemente distribuita tra 0 ed 1 la « probabilità incognita »; in forma valida senza ricorso a tale terminologia criticabile, si può dire che inizialmente si considerano ugualmente probabili tutte le possibili frequenze su un qualunque prefissato numero di prove.

[3] Precedentemente detta « equivalenza », Cfr. p. es. B. DE FINETTI, « Gli eventi equivalenti e il caso degenere », G.I.I.A., 1952, ed anche « Alcune osservazioni in tema di "suddivisione casuale" » in questo fascicolo. Per una trattazione più ampia v. « La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives », Ann. Inst. Poincaré, 1937, tradotta come « Foresight: its logical laws, its subjective sources » in H. E. KYBURG e H. E. SMOKLER, *Studies in Subjective Probability*, Wiley, N. York, 1964.

[4] È più abituale scrivere la [4] indicando gli esponenti con $R = \alpha - 1$ ed $S = \beta - 1$, e chiamare parametri $\alpha = 1 + R$ e $\beta = 1 + S$ anzichè R ed S.

In tal modo il problema viene a inquadrarsi perfettamente nell'impostazione bayesiana, la sola che – secondo la teoria soggettivistica della probabilità – costituisce il modo valido di concretare le idee generali che diedero vita alle idee sulla credibilità. Per esaminare da questo punto di vista la questione e riflettere sul significato dei vari elementi dell'impostazione non rimane che approfondire il significato e il ruolo della distribuzione di probabilità iniziale, incontrata poco sopra come mera conseguenza indiretta e apparentemente imprevedibile di una semplice ripulitura di una formula errata e priva di senso.

La distribuzione iniziale rappresenta l'opinione che avremmo, riguardo al tasso che apparirà adottabile definitivamente, in una situazione nuova, dopo raccolta una documentazione sufficiente, *al momento in cui non si dispone ancora di nessun dato relativo ad essa.* È probabile che ci si attenderà un valore prossimo a quello del tasso p_0 adottato ora per rischi analoghi (ma potrà anche prevedersi un certo spostamento in un determinato senso, per esempio una diminuzione da p_0 a un cert'altro valore minore p_0' nell'ipotesi che sembri in atto un miglioramento delle condizioni, o che il nuovo gruppo di rischi presenti circostanze geografiche o ambientali oppure caratteristiche tecnologiche più favorevoli). Comunque questo valore p_0' (sia che lo si scelga coincidente con p_0, o spostato per ragioni a priori del tipo detto in un senso o nell'altro) rappresenta soltanto il valore attorno a cui la distribuzione iniziale si addensa (e poco importa precisare se abbia ad esserne ad esempio il valor medio o mediano o modale od altro). La distribuzione preciserà comunque la probabilità che attribuiamo (a priori, in quel momento iniziale) a scostamenti in un senso o nell'altro, rispetto a quel p_0', del « vero » tasso quale sarà dato in seguito dall'esperienza nelle nuove condizioni. Trattandosi di esprimere in forma precisa una sensazione di per sé alquanto vaga, la scelta di una particolare forma di distribuzione potrà in genere venir decisa con un certo margine di libertà, consentendo abitualmente di adottare una funzione analiticamente conveniente che pur risponda pienamente ai requisiti sostanziali di adeguatezza al desiderato andamento. Nel nostro caso avverrà in genere (e supponiamo comunque di limitarci a tale ipotesi) che la probabilità iniziale si riterrà estendersi su un intervallo di dubbio più o meno ampio intorno a p_0' con densità decrescente all'allontanarsi, in un verso o nell'altro, da tale punto, e che si potrà adottare come adeguata una distribuzione normale oppure Beta od altre qualitativamente della stessa forma.

Scegliere la Beta è la decisione più vantaggiosa come convenienza analitica, in dipendenza dei legami che vengono per tal modo a istituirsi col menzionato schema di Bayes–Laplace. Nella terminologia di Raiffa e Schlaifer [5], la famiglia delle distribuzioni Beta si presenta infatti come *coniugata* nel nostro problema, in quanto, se l'opinione iniziale è rappresentata da una distribuzione appartenente a tale famiglia, tale appartenenza continua sempre a sussistere per l'opinione via via modificata in seguito ai risultati via via conosciuti (e precisamente nel senso che dopo ogni prova viene aumentato di un'unità, a seconda del risultato favorevole o sfavorevole, l'esponente di x o di $1-x$). Il caso della distribuzione normale s'incontra del resto come caso limite della Beta quando gli esponenti (R ed S nella [4]) sono entrambi molto grandi.

In tale ordine di idee, ammesso di voler rappresentare l'opinione iniziale con una distribuzione Beta, rimane ancora soltanto da chiarire a quali concetti si debba ispirare la scelta dei parametri $\alpha = 1 + R$ e $\beta = 1 + S$. È naturale e abituale, in problemi del genere, far in modo che il valor medio e lo scarto quadratico medio vengano ad assumere i valori desiderati (ossia, nel presente caso, rispondenti all'opinione iniziale). Come è noto, abbiamo:

$$\text{valor medio} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta},$$

$$\text{varianza} = (\text{scarto q.m.})^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}.$$

Se vogliamo far coincidere il valor medio col tasso p'_0 (conformemente al significato di esso), la varianza si può scrivere

$$\sigma^2 = p'_0(1-p'_0)/(\alpha+\beta+1),$$

e da ciò possiamo ricavare

$$[5] \quad \alpha+\beta+1 = p'_0(1-p'_0)\,\sigma^2 \quad \text{ossia} \quad N = R+S = (p'_0(1-p'_0)/\sigma^2) - 3.$$

Ma il valore di N così ottenuto (e conseguentemente quello di $R = Np'_0 + 2p'_0 - 1$) sono proprio quelli da inserire nella [3] per ottenere p, od anche nella [e] per ottenere $Z = n/(n+N)$. Le due

[5] H. RAIFFA e R. SCHLAIFER, *Applied Statistical Decision Theory*, Harvard Un., 1961. Cfr. in particolare Ch. 3, «Conjugate Prior Distributions», per i concetti generali dell'impostazione cui nel testo facciamo riferimento, e Ch. 9, «Bernoulli Process», per il caso in questione.

cose sono equivalenti; qui avevamo soltanto supposto in più di poter scegliere p'_0 diverso da p_0 già per motivi indipendenti dalle nuove esperienze, ma ciò è inessenziale.

Può essere utile farsi un'idea concreta dell'ordine di grandezza di N in funzione di p'_0 e σ: per esprimersi in breve, nel caso in cui si assuma inizialmente che p abbia a risultare $p'_0 \pm \sigma$ (ad esempio risulti 20 % ± 5 % : caso per cui la tabella fornisce $N = 60$). Si noti che, nella tabella seguente, abbiamo dato valori per N tondi ritenendo più utile una facilità mnemonica che una precisione illusoria.

Tasso p'_0 (prima di conoscere i nuovi dati)	Scarto quadratico medio (*assoluto*) cioè ordine di grandezza di $p - p'_0$					
	5 %	2 %	1 %	0,5 %	0,2 %	0,1 %
Circa 10 % (o 90 %)	30	200	900	3.600	22.000	90.000
Circa 20 % (o 80 %)	60	400	1.600	6.400	40.000	160.000
Fra 30 % e 70 %	100	600	2.400	10.000	62.000	250.000

Se invece ci riferiamo allo scarto quadratico medio relativo, $\lambda = \sigma/p'_0$, com'è forse più espressivo nel caso di piccoli valori di p'_0, avremo

$$[6] \qquad N = \left(\frac{1}{p'_0} - 1\right)\frac{(\sigma/p'_0)^2}{1} - 3 \cong \frac{1}{p'_0} \cdot \frac{(\sigma/p'_0)^2}{1} = \frac{1}{p'_0 \lambda^2}\,.$$

Nella seguente tabella sono dati alcuni valori di N per tassi p'_0 piccoli (da 1 % in giù) e vari valori per λ (col significato: $p = p'_0(1 \pm \lambda)$ come ordine di grandezza). Si noti che le ultime due espressioni della [6] sono valide con approssimazione di $1 - p'_0$ ad 1 e quindi, per valori arrotondati indicativi come intendiamo dare, in tutto il campo prescelto. Di conseguenza, per valori di p'_0 minori di quelli indicati, ottenibili aggiungendo alcuni zeri dopo la virgola, i valori di N sono i medesimi con l'aggiunta di altrettanti zeri (come si vede confrontando la prima riga, 1 %, con l'ultima, 0,1 %).

Tasso p'_0	Scarto quadratico medio *relativo* cioè ordine di grandezza di $(p - p'_0)/p'_0$					
	50 %	20 %	10 %	5 %	2 %	1 %
1,– %	400	2.500	10.000	40.000	250.000	1.000.000
0,8 %	500	3.000	12.500	50.000	300.000	1.250.000
0,5 %	800	5.000	20.000	80.000	500.000	2.000.000
0,4 %	1.000	6.200	25.000	100.000	620.000	2.500.000
0,25 %	1.600	10.000	40.000	160.000	1.000.000	4.000.000
0,2 %	2.000	12.500	50.000	200.000	1.250.000	5.000.000
0,15 %	2.400	15.000	60.000	240.000	1.500.000	6.000.000
0,12 %	3.000	19.000	75.000	300.000	1.900.000	7.500.000
0,10 %	4.000	25.000	100.000	400.000	2.500.000	10.000.000

Il significato di N, in base alla [e], risulta essere il numero n delle nuove osservazioni in corrispondenza al quale $Z = 1/2$ ossia in corrispondenza al quale si adotterebbe come tasso da applicare la media aritmetica fra il tasso iniziale p'_0 e quello $p_1 = r/n$, rilevato dai nuovi dati. Se, ad esempio, p_1 si scosta da p'_0, di 2σ dopo N nuovi casi osservati, ciò farà spostare p rispetto a p'_0, della metà, cioè σ (naturalmente, nello stesso senso).

La teoria della credibilità contempla, come detto, diversi casi più complessi, ma, per accennare a ciò che vi è di più concettuale e interessante nell'impostazione, basteranno questi cenni sommari al caso più semplice. Nello stesso spirito si potrebbe cercare in ogni caso di rendere adeguata all'esattezza del concetto informatore la forma dell'impostazione, che sembra ispirarsi a un ingiustificato empirismo.

RÉSUMÉ

Au cours d'une Conférence au Seminaire actuariel de l'« Istituto Italiano degli Attuari », l'Auteur a donné des informations concernant la « Credibility Theory », peu connue au dehors des Etats-Unis d'Amérique.

Il a fait l'éloge de l'esprit qui la dirige, tout en envisageant l'opportunité de la réaliser par des bases convenables, au lieu que par des formules empiriques.

Seulement, comme il dit dans une Note qui précède le texte de la Conférence, il résulterait que les bases suggérées (bayesiennes) sont traitée déjà dans un ouvrage de A. L. Bailey (1950) qui ne semble pas avoir attiré l'attention qu'il mériterait.

SUMMARY

In a lecture delivered at the « Seminario » of the « Istituto Italiano degli Attuari » the A. gave some information about the « Credibility Theory », theory that is almost unknown out of the U.S.A.

He praised the informing idea of this theory, but thinks it right to put it into an adequate formulation and not into empirical formulae.

However – he says in a note preceding the text of the lecture – the formulation that he suggests (bayesian) was already given in a paper written by A. L. Bailey (1950), but as it seems this paper has not drawn the attention it deserved.

RESUMEN

Durante una conferencia hecha al Seminario Actuarial del « Istituto Italiano degli Attuari » el autor refirió algunas informaciones sobre la « Credibility Theory » poco conocida afuera de los Estados Unidos de América; elogiando el espìritu informador, el autor ha prospectado la oportunidad de traducirlo en una impostación adecuada, más que en fórmulas empíricas. Todavía, como queda expresado en una nota que precede el texto de la conferencia, resulta que la impostación suger.da (bayesiana) ya ha sido desarrollada en otra de A. L. Bailey (1950), que parece no ha conseguido la atención que merece.

ZUSAMMENFASSUNG

In einem beim Seminar des « Italianischen Instituts fuer Versicherungsmathematik » gehaltenen Vortrag, gab der Verfasser Auskunft ueber die « Credibility Theory », die ausserhalb der U.S.A. wenig bekannt ist. Der Verfasser erkennt den Wert der Theorie an, schlaegt aber vor, diesselbe entsprechend auszuarbeiten anstatt sie in empyrische Formeln auszudruecken. Es ergibt sich jedoch, wie der Verfasser in einer dem Text des Vortrages vorausgehender Note ausfuehrt, dass die vorgeschlagene Ausarbeitung bereits in einem Aufsatz von A. L. Bailey (1950) entwickelt ist, der anscheinend nicht nach gebuehr beachtet wurde.