---

pre56.0444.01

de Finetti, B.

Problemi determinati e indeterminati nel calcolo delle probabilità. (Italian)

Rendiconti Accad. d. L. Roma (6) 12, 367-373. (1930)

Ref. erlaubt sich im Hinblick auf die grundlegende Bedeutung dieser Arbeit die Formulierungen des Verf. stark abzuändern, da der Inhalt sonst zu schwer darzustellen ist.

Gegeben sei eine Klasse $\mathfrak{E}$ von endlich vielen Ereignissen $E_1, E_2, \dots, E_m$, die Wahrscheinlichkeiten haben sollen, über deren numerische Werte jedoch nichts festgesetzt wird.

Postulat 1: Jedes Ereignis des kleinsten "logischen Körpers" $\mathfrak{K}(\mathfrak{E})$ über $\mathfrak{E}$ soll eine Wahrscheinlichkeit haben. (E gehört dann und nur dann zu $\mathfrak{K}(\mathfrak{E})$, wenn es durch eine endliche Anzahl von Anwendungen der logischen Produktbildung, logischen Summation und logischen Differenzbildung aus Elementen von $\mathfrak{E}$ erhalten wird.)

Postulat 2: Haben endlich viele sich paarweise ausschließende Ereignisse $E'_1, E'_2, \dots, E'_m$ die Wahrscheinlichkeiten $p'_1, p'_2, \dots, p'_m$, so hat die logische Summe die Wahrscheinlichkeit $p'_1 + p'_2 + \dots + p'_m$.

Postulat 3: Erschöpfen die $E'_1, \dots, E'_m$ aus Postulat 2 alle möglichen Fälle, so gilt $\sum\limits_{i=1}^{m} p'_i = 1$.

Problem I: Welche Wertsysteme sind für die Wahrscheinlichkeiten von $E_1, E_2, \dots, E_n$ wählbar, wenn diese Postulate gelten?

Problem II: Wenn für die Wahrscheinlichkeiten von $E_1, E_2, \dots, E_n$ zulässige feste Werte gewählt sind, welche Aussagen kann man dann über die möglichen Zahlenwerte der Wahrscheinlichkeit eines beliebigen Ereignisses $E^* \leqq E_1 + E_2 + \dots + E_n$ machen, wobei natürlich, falls E^* nicht zu $\mathfrak{K}(\mathfrak{E})$ gehört, besonders vorausgesetzt werden muß, daß ihm überhaupt eine Wahrscheinlichkeit zugeordnet sei?

Mit Hilfe linearer Gleichungen wird Problem I vollständig gelöst. Auf demselben Wege wird von Problem II zunächst der Spezialfall erledigt, daß $E^* \varepsilon \mathfrak{K}(\mathfrak{E})$ und außerdem noch logische Summe von Ereignissen der Form

$$\eta = E_{\nu_1} E_{\nu_2} \dots E_{\nu_t} \overline{E}_{\mu_1} \overline{E}_{\mu_2} \overline{E}_{\mu_s}$$

ist, wo $\overline{E}_\mu$ Verneinung von E_μ und die ν und μ paarweise verschieden, alle Zahlen von 1 bis n sind.

Es zeigt sich, daß für die Wahrscheinlichkeit p^* von E^* in diesem Spezialfall alle Werte eines Intervalls $0 \leqq \alpha^* \leqq \beta^* \leqq 1$ zulässig sind. (Übrigens ist in diesem Spezialfall das Bestehen der Gleichung $\alpha^* = \beta^*$, also die Eindeutigkeit der Wahrscheinlichkeit von E^*, nur von $\mathfrak{E}$, nicht aber von der Wahl der Wahrscheinlichkeiten der Elemente von $\mathfrak{E}$ abhängig, also gewissermaßen logischer Natur.)

Ist nun E^* beliebig und $H' \leqq E^* \leqq H''$, wo H' eine möglichst umfassende und H'' eine möglichst kleine Summe der eben genannten Art sein soll, so zeigt sich, daß die zulässigen Werte der Wahrscheinlichkeiten für E^* alle Zahlen zwischen dem Minimum der zulässigen Werte für die Wahrscheinlichkeiten von H' und dem Maximum der zulässigen Werte für die Wahrscheinlichkeiten von H'' sind.

Jetzt werden dieselben Probleme für den Fall gelöst, daß die Ausgangsklasse $\mathfrak{E}$ abzählbar ist, indem die Gültigkeit der Postulate für jede endliche Teilmenge von $\mathfrak{E}$ vorausgesetzt wird. (Postulat 2, 3 wird nicht etwa auf abzählbare Mengen verallgemeinert.)
Überblickt man die Situation, so ist hier ein Analogon zur *Peano- Jordan*schen Inhaltstheorie geschaffen, relativ zu dem beliebig vorgegebenen System $\mathfrak{E}$; die Produkte η von oben vertreten die Intervalle bei *Peano-Jordan*. Diesen Umstand benutzt Verf., um wiederum seinen Kampf gegen die Gleichung Wahrscheinlichkeit = Maß zu eröffnen und die absolute Richtigkeit der Gleichung Wahrscheinlichkeit = Inhalt im genannten Sinne zu propagieren. (Data of JFM: JFM 56.0444.01; Copyright 2005 Jahrbuch Database used with permission)

Tornier, E.; Prof. (Göttingen) Cited in ...