

pre57.0610.01

de Finetti, B.

Funzione caratteristica di un fenomeno aleatorio. (Italian)

Memorie Accad. d. L. Roma (6) 4, 251-300. (1931)

Es sind für $n = 1, 2, 3, \dots$ die Wahrscheinlichkeiten $\omega_h^{(n)}$ dafür gegeben, daß in n Versuchen gerade h günstige Fälle eintreten. Diese Wahrscheinlichkeiten werden dabei in größter Allgemeinheit aufgefaßt. Verf. bildet die Funktion

$$\psi_n \left(\frac{t}{n} \right) = \sum_{h=0}^n \omega_h^{(n)} \exp \left(i \frac{h}{n} t \right)$$

und beweist mit Hilfe einer Rekursionsformel, daß gleichmäßig für alle $|t| \leq \tau$ die Funktion $\psi_n \left(\frac{t}{n} \right)$ mit wachsendem n gegen

$$\psi(t) = \sum_{h=0}^{\infty} \omega_h^{(h)} \frac{i^h t^h}{h!}$$

geht. Diese Funktion $\psi(t)$ nennt er die charakteristische Funktion des durch $\omega_h^{(n)}$ definierten Wahrscheinlichkeitsschemas. Er bildet weiter das Integral

$$\Phi(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{it} - e^{-it\xi}}{it} \psi(t) dt$$

mit $\Phi(\xi) = 0$ für $\xi \leq 0$ und $\Phi(\xi) = 1$ für $\xi \geq 1$ und zeigt, daß die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die relative Häufigkeit der günstigen Fälle in n Versuchen zwischen den Grenzen ξ_1 und ξ_2 liegt, mit wachsendem n gegen $\Phi(\xi_2) - \Phi(\xi_1)$ geht.

Liegt z. B. *Bernoulli*-Verteilung vor, so ist

$$\omega_h^{(n)} = \binom{n}{h} p^h (1-p)^{n-h}, \quad \psi(t) = e^{ipt}$$

und $\Phi(\xi) = 0, \frac{1}{2}, 1$ für $\xi < p$ bzw. $\xi = p$ bzw. $\xi > p$. Ist dagegen $\omega_h^{(n)}$ konstant, also gleich $\frac{1}{n+1}$, so gilt:

$$\psi(t) = \frac{e^{it} - 1}{it}$$

und $\Phi(\xi) = \xi$ für $0 \leq \xi \leq 1$. Weiter gibt Verf. eine Reihe von Operatoren an, die er auf $\psi(t)$ anwendet und mit deren Hilfe er unter anderm in höchst einfacher Weise zu den bekannten Sätzen über aposteriorische Wahrscheinlichkeiten kommt. (Data of JFM: JFM 57.0610.01; Copyright 2005 Jahrbuch Database used with permission)

Münzner, H.; Dr. (Göttingen) Cited in ...