

Wahrscheinlichkeitsrechnung, Statistik, Versicherungsmathematik:

● **Reichenbach, Hans: Wahrscheinlichkeitslehre. Eine Untersuchung über die logischen und mathematischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.** Leiden: A. W. Sijthoff 1935. IX, 451 S. u. 28 Fig. f 11.50.

Das Werk bedeutet zweifellos einen wichtigen Fortschritt in der Wahrscheinlichkeitslehre, in der es mehrere noch sehr unstrittene Punkte gibt, die hier tiefer untersucht und deutlicher ausgedrückt worden sind. Diese Punkte und die dazugehörigen Ergebnisse und Folgerungen des Verf. dürfen in zwei Teile getrennt werden: einerseits die von allen besonderen Anschauungen über die inhaltliche Bedeutung der W. unabhängigen oder wenig abhängigen Probleme technischer Natur und andererseits die minder greifbaren Fragen über das Wesen von Wahrscheinlichkeit und Wahrscheinlichkeitstheorie. — Die zum ersten Teil gehörigen Beiträge bestehen aus einer verbesserten und systematischeren Durchführung der schon vorher vom Verf. selbst und anderen als zweckmäßig betonten Verknüpfung der Grundgedanken der Wahrscheinlichkeitslehre mit denen der Logistik, insbesondere mit jenen, die der jüngsten Entwicklung der mehrwertigen Logiken zugrunde liegen. Einige der auf diesen Gegenstandskreis bezüglichen Bemerkungen sind auch für die allgemeine Theorie der mehrwertigen Logiken von tiefer Bedeutung. Die Wahrscheinlichkeitslogik ist als Spezialfall in dieser Theorie enthalten und ist eigentlich die vollständigste aller mehrwertigen Logiken, da sie eine stetige Skala von Wahrheitswerten besitzt. Die Gesetze dieser Logik bilden die Wahrscheinlichkeitsrechnung, die aus wenigen Axiomen abgeleitet und somit streng „mathematisiert“ werden kann. Neben den theoretischen Vorteilen einer solchen Begründung gibt es auch nicht geringere Vorteile praktischer Natur, indem die logische Auffassung glatt und fast mechanisch zu einer zusammenhängenden Betrachtung der verschiedenen Verknüpfungen zwischen Ereignissen führt, die in einer nichtformalisierten Darstellung als fragmentarisch und undeutlich erscheinen würden. Als Beispiel hierfür sei auf die Formeln der §§ 19—23 hingewiesen. Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist aber beim Verf. auf elementare Fälle beschränkt, so daß z. B. das Stetigkeitsaxiom, ein Kernpunkt der mathematisch ausführlichen Behandlung von Kolmogoroff [Erg. Math. 2, 3 (1933)], nicht erwähnt wird; dies ist um so mehr zu bedauern, als dieses Axiom in einem Beweis [Formel (3), § 49] stillschweigend

verwendet wird, während es mit der vom Verf. angenommenen Definition der Wahrscheinlichkeit nicht vereinbar erscheint. — Die Frage über das Wesen des Wahrscheinlichkeitsbegriffes wird ausführlich untersucht, und die vom Verf. entwickelten Betrachtungen dürften alle interessieren, die bestrebt sind, den Streit hierüber vom gegenwärtigen toten Punkte auf ein mathematisch und erkenntnistheoretisch weiter führendes Geleise zu verschieben. Die von R. v. Mises herrührende Häufigkeitsdeutung ist nun in der Tat von einigen als sinnlos abgelehnt, von anderen, ungeachtet aller Kritik, mit Beifall aufgenommen worden; Verf. anerkennt die Schwierigkeiten, lehnt ab, was ihm unhaltbar erscheint, behält aber endlich das Wesentlichste der Häufigkeitsdeutung bei und sucht eine befriedigendere Rechtfertigung dafür. Kritik und Rechtfertigung gehören jedoch nicht notwendigerweise zusammen, und man kann sich von der ersten allein überzeugen lassen, so daß bei Nachdenken über die Reichenbachschen Ideen sowohl ein Freund wie ein Gegner der Häufigkeitsdeutung seine Meinung festhalten oder auch ändern könnte; doch wird jedenfalls der erste die auftauchenden Einwände und die Notwendigkeit klarer sehen, seinen Standpunkt, wenn schon nicht aufzugeben, so doch tiefer zu begründen; der zweite aber wird, wenn ihm (wie auch dem Ref.) nicht einmal die neue Rechtfertigung zulässig scheint, seine Gedanken ebenfalls vertiefen. — Eine vorläufige Kritik führt (wie schon bei Kamke) zur Ablehnung des „Regellosigkeitsaxioms“ und zum Schlusse, daß auch die sinnvollen, schwächeren „Unordnungsbedingungen (Dörge, Tornier) keine eigenen Axiome, sondern nur willkürliche Abgrenzungen von interessanten Spezialtypen sind. Wesentlicher ist die Kritik der Häufigkeitsdeutung selbst, die ihren Kern in dem Problem der Entscheidbarkeit von Limesaussagen hat. Der Punkt, an dem die verschiedenen Anschauungen abzweigen, liegt tatsächlich in der Frage, ob überhaupt Wahrscheinlichkeitsaussagen objektiv entscheidbar sein können und brauchen und, wenn ja, ob sie bei Annahme einer gewissen Definition (im vorliegenden Falle der Häufigkeitslimesdefinition) wirklich entscheidbar sind. Da der Limes nie erreichbar und, mangels Gleichmäßigkeit der Konvergenz, nicht einmal abgrenzbar ist, erscheint offenbar der Mises'sche Grundbegriff als praktisch unerfüllbar und daher als eine inhaltsleere Betrachtung. Zur Vermeidung dieser Schwierigkeit benützt der Verf. die Wahrscheinlichkeiten höherer Stufe; Wahrscheinlichkeitsaussagen zweiter Stufe sind Wahrscheinlichkeitsaussagen über das Bestehen einer gewöhnlichen Wahrscheinlichkeitsaussage usw. Eine Wahrscheinlichkeitsaussage ist also auf Grund endlich vieler beobachteter Tatbestände nicht als wahr oder falsch entscheidbar, sondern unterliegt nur einer Beurteilung, die durch eine Wahrscheinlichkeit höherer Stufe gegeben wird. Was eigentlich mit einer derartigen „regressio in infinitum“ gewonnen werden soll, ist nicht klar ersichtlich, da die logische Entscheidbarkeit immer unendlich entfernt bleibt. So wird sich schließlich die Rechtfertigung wieder auf nicht scharf angebbare Begriffe und Betrachtungen stützen; so werden die Wahrscheinlichkeitsaussagen als „Setzungen“ betrachtet; unter solchen Setzungen soll es eine „optimale“ geben, und die „Induktionsregel“ könnte als die günstigste Handlungsregel für diese Setzungen vorgeschlagen werden. Viele Schwierigkeiten sind in diesem Punkte enthalten; andere Schwierigkeiten der Häufigkeitsdeutung werden nicht behandelt, wie in erster Linie die Willkürlichkeit der Einbettung eines Ereignisses in eine Folge, die ohne weiteres vorausgesetzt wird. Außerdem scheint die entgegengesetzte Auffassungsmöglichkeit zu eilig verworfen worden zu sein, ohne ihre tiefe — obwohl diskutabel — Bedeutung zu erkennen; es wäre sehr interessant gewesen, die logischen und philosophischen Gründe kennenzulernen, aus denen der Verf. nicht annehmen kann, daß eine Wahrscheinlichkeitsaussage nicht als eine Aussage über Ereignisse, sondern nur als eine Aussage über unseren Zweifelsgrad in bezug auf Ereignisse betrachtet werde. Auf Grund eines solchen Standpunktes wäre „Möglich“ als Synonym von „Unbestimmt“ (§ 75) zu erklären; so würde die erwiesene Unvereinbarkeit der mehrwertigen Begriffe der Möglichkeit und der Wahrscheinlichkeit mit der Einordnung der Ereignisse in die gewöhnliche zweiwertige Logik entfallen, und somit würden alle Gründe verschwinden, welche die Einbettung der allein entscheidbaren und allein praktisch bedeutenden Einzelereignisse in ungreifbare und unbestimmbare unendliche Folgen nahelegen könnten. Und dies ist gerade die Frage, zu der, an diese so tief sinnige — dabei stets lichtvolle und verständliche — Darstellung anknüpfend, der erwähnte Abzweigungspunkt der verschiedenen Anschauungen in strenger Form deutlich angegeben werden kann.

Bruno de Finetti (Trieste).