“Il problema della solvibilità delle imprese di assicurazione: attualità dell’insegnamento di de Finetti”

Dario Focarelli
Capo Economista ANIA

Il compito che mi è stato assegnato dagli organizzatori è quello di presentare una rassegna degli studi di de Finetti sul problema della solvibilità delle imprese di assicurazione.

Si tratta di un compito, a un tempo, straordinariamente gradito e oltremodo impegnativo, cosicché non posso non condividere quanto ha recentemente scritto de Ferra (2005): “*Capire de Finetti è stata un’impresa per generazioni di studenti. Lo si poteva capire solo quando si era in grado di capirlo*”.

Ma, aggiungo io, gli studenti avevano la possibilità di interagire con il Maestro. Per me, che non sono stato Suo allievo né ho avuto la fortuna di incontrarLo, il compito si presenta con una difficoltà in più. Temo possa valere anche in questo caso, quanto Martin Shubik (Nasar, 1998) disse di John F. Nash, vincitore del Premio Nobel per l’economia nel 1994: "*You can only understand the Nash equilibrium if you have met Nash. It's a game and it's played alone.*"

Per contenere -- non certo eliminare -- il rischio di risultare inadeguato, circoscrivo l'oggetto del mio intervento al problema della solvibilità delle imprese di assicurazione, che analizzerò alla luce di quattro contributi di de Finetti, provando a ragionare sulle loro innumerevoli implicazioni e utilizzando i "termini" dell'attuale dibattito sulla riforma del sistema di regolamentazione delle imprese di assicurazione, di cui i requisiti patrimoniali costituiscono il nucleo principale (c.d. progetto Solvency II).

Sono tuttavia consapevole che il metodo scelto non rende compiutamente conto del genio di Bruno de Finetti, unanimemente considerato uno dei padri della matematica e della statistica moderna. Di questo me ne scuso fin d'ora.

1. Nella nota "La teoria del rischio e il problema della rovina dei giocatori" (1939) de Finetti parte dal problema classico, che si riassume così: in un gioco equo tra due giocatori che disputano una serie di partite, se uno dei due è molto più ricco dell'altro, la rovina di quello che dispone inizialmente di un capitale molto inferiore è praticamente certa[1].

---

[1] In particolare, nella formula classica, la probabilità di rovina P' del giocatore 1 che dispone di un capitale G' e gioca con un giocatore 2 con un capitale iniziale pari a G" è pari a $P' = \frac{G''}{G' + G''}$ e ovviamente se $G'' \to \infty, P' \to 1$.

Ovviamente, tutto cambia se il gioco non è equo, ossia se uno dei due giocatori ha un vantaggio rispetto all'altro[2].

È lo stesso de Finetti a formulare due esempi di gioco con condizioni "non eque", condizioni che però permettono lo svolgimento stesso del gioco: è il caso del banco nel gioco della roulette (che si avvantaggia dell'esistenza del numero 0) e della compagnia di assicurazione che effettua dei caricamenti rispetto al premio puro.

Per studiare il problema, de Finetti usa quello che definisce "l'artificio di De Moivre": vale a dire si continua a giocare un gioco equo, ma il valore dei "gettoni" in mano ai due giocatori varia in progressione geometrica. Sulla base di questo artificio, la probabilità di fallimento del giocatore 1 può essere espressa dalla funzione[3]:

$$P' \cong e^{\alpha G'}$$

dove α<0 esprime la trasformazione delle condizioni non eque (caricamento) a vantaggio del giocatore meno ricco, mentre G' è il suo capitale iniziale.

---

2 Naturalmente ha un senso considerare solo il caso che il gioco non sia equo a favore del giocatore con capitale inferiore, in quanto nel caso opposto non si fa che accelerare la rovina del giocatore meno ricco.

3 Spiega de Finetti che si tratta di effettuare una trasformazione esponenziale tale per cui il guadagno aleatorio del generico esercizio y diviene pari a $e^{\alpha y}dy$. Fissando opportunamente il coefficiente α, la trasformazione conduce a un gioco equo. Quindi la probabilità di rovina P' del giocatore 1 che dispone di un capitale G' e gioca con un giocatore 2 con un capitale iniziale pari a G" diviene pari a $P' = e^{\alpha G'} \frac{e^{\alpha G''} - I}{e^{\alpha(G'+G'')} - I}$. In questo caso se $G'' \to \infty$ e α <0 allora $P' \to e^{\alpha G'}$.

Questa relazione, definita da alcuni la formula esponenziale della probabilità di rovina, ci dice due cose fondamentali:

A) la probabilità di rovina diminuisce, quanto maggiore è il capitale iniziale;

B) la probabilità di rovina diminuisce al crescere del caricamento[4].

Avanziamo una prima riflessione. Se, per qualsivoglia motivo, un'Autorità di vigilanza volesse portare a zero la probabilità di rovina di una compagnia di assicurazione dovrebbe, quindi, richiedere un capitale molto grande o ammettere caricamenti molto elevati. Torneremo più avanti ad analizzare le implicazioni di queste alternative (punto 6).

2. Il successivo passaggio compiuto da de Finetti, sempre nella nota "La teoria del rischio e il problema della rovina dei giocatori", consiste nell'impostare il problema della rovina dei giocatori nei termini del bilancio di una impresa di assicurazione.

In particolare, definendo B il "livello di rischiosità" di una impresa di assicurazione, C le somme assicurate, p il premio puro e m il margine

[4] de Finetti definisce inoltre il "livello di rischiosità" dell'impresa di assicurazione la relazione $B = -\frac{1}{\alpha}$. In sostanza la rischiosità dell'impresa dipende inversamente dal livello dei caricamenti.

unitario di caricamento (al netto delle spese), de Finetti dimostra che asintoticamente vale la relazione[5]:

$$B = C\frac{p(1-p)}{2m}.$$

Questa relazione evidenzia che la rischiosità dell'impresa aumenta all'aumentare delle somme assicurate e che, per dato livello di somme assicurate:

A) l'aumento dei caricamenti riduce proporzionalmente il livello di rischiosità dell'impresa;

B) il livello di rischiosità aumenta proporzionalmente con la varianza della rischiosità del portafoglio che è pari a $p(1-p)$.

Questa formula, come è stato notato da molti (tra questi, de Ferra e Pressacco, 1986), anticipa il contributo di Markowitz (1952), dove venivano definiti i principi-base per la costruzione di una "frontiera efficiente" di un portafoglio di cespiti finanziari, assumendo come variabili decisionali il rendimento atteso del portafoglio e la sua rischiosità (assunta pari alla varianza del rendimento del portafoglio).

[5] Perché valga questa relazione occorre supporre: i) che il volume degli affari rimarrà a un livello equivalente all'attuale per una serie abbastanza lunga di anni (così che valgono le proprietà asintotiche, ii) che gli affari vengano mantenuti nel tempo sempre su un medesimo "livello di rischiosità"; iii) che il "livello di rischiosità" sia indipendente, in ciascun periodo, dai risultati dell'anno precedente.

Tuttavia, ai nostri fini, mi appare rilevante la seguente considerazione: l'attuale margine di solvibilità è essenzialmente correlato alla dimensione del portafoglio. È come se la formula di de Finetti fosse stata presa in considerazione soltanto con riferimento alla prima componente.

Pertanto, il principale obiettivo del progetto Solvency II, ossia di fissare requisiti patrimoniali che riflettano meglio di quanto accada oggi i rischi effettivi delle imprese, è senz'altro in linea con le conclusioni cui de Finetti giungeva quasi sessanta anni fa.

3. Le riflessioni di de Finetti erano finalizzate a determinare una politica ottima di riassicurazione. Nel lavoro "Il problema dei pieni", pubblicato dopo "La teoria del rischio" ma elaborato prima di questo, il problema viene analizzato e risolto.

In particolare, de Finetti descrive, nell'ambito della riassicurazione di tipo proporzionale, il problema dei "pieni relativi", ossia come fare in modo che "*la diminuzione della probabilità di fallimento risulti la massima possibile a parità della parte di guadagno cui si rinuncia per effetto della riassicurazione*". Oggi diremmo che quello che conta è ottimizzare le relazione tra rischio e rendimento.

Non è questa la sede per trattare i dettagli della soluzione, che nel caso asintotico consiste nel cedere i rischi in modo da rendere l'indice di rischiosità uniforme tra le diverse polizze (si vedano al riguardo le condizioni indicate della nota n. 5).

È però utile rilevare che la funzione della riassicurazione è esattamente complementare a quella di un accantonamento (prelievo) a un fondo di garanzia degli utili (perdite) dell'esercizio.

Nell'ambito del progetto Solvency II, queste riflessioni suggerirebbero di dimensionare il requisito patrimoniale in funzione della rischiosità al netto della riassicurazione. Esistono complicazioni di natura metodologica, in particolare per i trattati non proporzionali, nel seguire questa impostazione; non vi è dubbio però che questa sembra essere la strada maestra.

Ovviamente, occorrerebbe considerare anche il rischio connesso con la solvibilità del riassicuratore. Questo va probabilmente modellato con metodologie simili a quelle usate nel progetto Basilea II per il rischio di credito, tenendo nel dovuto conto che nel nostro caso l'esposizione al rischio è indiretta.

4. Una digressione. In una nota a piè di pagina de Finetti chiarisce che, per quanto riguarda l'assicurazione vita, le sue considerazioni si riferiscono "*all'assicurazione della somma sotto rischio verso il corrispondente premio di rischio; la parte di risparmio è del tutto estranea al problema*". Questa distinzione è sempre ben chiara negli scritti assicurativi di de Finetti.

Nelle "Lezioni di matematica attuariale", ricordano Pitacco e Bacinello (1986), de Finetti propone di scomporre il Conto Economico di una compagnia di assicurazione vita nelle due gestioni "Rischio" e

"Risparmio". Trattare in dettaglio questa proposta ci porterebbe lontano; qui mi limito a sottolineare che essa è coerente con l'indirizzo seguito per i nuovi principi contabili internazionali "IAS/IFRS", da quest'anno in vigore per le società quotate.

Inoltre, l'intuizione di de Finetti circa la necessità di calcolare su basi diverse da quelle contrattuali le riserve matematiche (da lui definite riserve prospettive "effettive" e che nella terminologia attuale sono chiamate "valore economico o realistico delle riserve matematiche") rappresenta il cuore del dibattito sia della cosiddetta fase due degli IAS sia del progetto Solvency II. A dimostrazione della rilevanza di questo tema vorrei ricordare che in questi giorni le imprese di assicurazione di tutta Europa sono chiamate dalle Autorità di vigilanza a condurre, su base volontaria, un primo studio di impatto quantitativo (QIS1) volto a stimare la differenza tra i valori delle riserve calcolate su base contrattuale o su base "economica".

5. Nella nota "La composizione tra i rischi eterogenei" (1954) de Finetti affronta diverse questioni di grande rilevanza per l'attuale dibattito su Solvency II.

La prima riguarda la diversificazione dei rischi -- che chiama "compensazione tra i rischi" – di cui il Maestro descrive con grande chiarezza l'effetto sulla probabilità di rovina. Lo fa ricorrendo a una serie di esempi; ne riporto uno:

“*a un assicuratore incendi viene chiesto di partecipare, eccezionalmente alla copertura dei rischi trasporti, per esempio una nave o un carico di valori fuori dal comune che eccede la potenzialità complessiva degli assicuratori del ramo; egli esita o rifiuta o richiede di estendere la copertura ad altri rischi della stessa natura per avere una compensazione*”.

Dopo aver riportato i risultati della teoria della probabilità e a condizione che vi siano adeguate notizie statistiche conclude che:

“l*’assicuratore incendi che rifiuta quel rischio trasporti, (ragiona in modo errato): la compensazione avviene tanto più agevolmente raggruppando rischi singoli di diversi rami o specie*”.

In generale, argomenta de Finetti citando Thépaut, in presenza di diversi rami o specie e a rischi indipendenti, l’ammontare del fondo di garanzia necessario per fronteggiare la probabilità di rovina di un singolo esercizio è inferiore a quello ottenuto dalla somma dei fondi di garanzia per ciascun ramo[6].

Queste considerazioni sono assai importanti nello sviluppo del progetto Solvency II. Esistono numerosi problemi di natura pratica circa

---

[6] In particolare, scrive de Finetti se il fondo di garanzia determinato in funzione di un medesimo grado di sicurezza in n distinti rami risulta essere rispettivamente pari a $W_1, W_2, .., W_n$ è chiaro che, supposta l’indipendenza dei rischi dei vari rami e supponendo un fondo di riserve unico per il complesso dei rami, il suo ammontare W basterà sia dato da $W^2 = W_1^2 + W_2^2 + ... + W_n^2$ anziché dalla somma $W = W_1 + W_2 + ... + W_n$.

il modo di stimare gli effetti dei diversi casi di correlazione. Ma non vi è dubbio che il progetto segnerebbe un fallimento rispetto all'obiettivo di determinare un margine di solvibilità strettamente correlato alla rischiosità dell'impresa di assicurazione se non fosse tenuto in adeguato conto l'effetto della diversificazione.

6. La relazione tra fondo di garanzia e valore dell'impresa. Sempre nella nota su "La compensazione dei rischi eterogenei" de Finetti sottopone a critica i risultati della teoria asintotica della probabilità di rovina. Scrive de Finetti "*È chiaro infatti che per quanto piccola si fissasse una probabilità annua ammissibile di fallimento, il fallimento risulterebbe praticamente certo in un tempo finito (sia pure astronomicamente grande).*" Aggiunge però: "*La possibilità di avere una probabilità non nulla di sfuggire eternamente al fallimento .. non può dipendere che dalla previsione di imporre … criteri di prudenza indefinitivamente crescenti. …. . Tale ipotesi è assurda*".

Nel lavoro "Su un'impostazione alternativa della teorica collettiva del rischio" del 1954, avvalendosi dei contributi di Furst, Ottaviani e Tedeschi, de Finetti formalizza e risolve il problema della determinazione del valore ottimo di un fondo di garanzia, la cui alimentazione si basa sulla seguente regola:

"v*iene fissato un certo livello N per il suo fondo di garanzia; gli eventuali utili vengono distribuiti se il fondo di garanzia raggiunge il* *livello N; vengono invece devoluti a integrare tale fondo se il suo livello è inferiore.*".

La regola descrive una "passeggiata a caso" con due "barriere" di diversa natura: una barriera assorbente, quando avviene il fallimento, e una riflettente, data dal valore N del fondo di garanzia. Il processo era ampiamente noto nella teoria della probabilità, ma secondo quanto riferiscono de Ferra e Pressacco (1986) la sua applicazione a problemi di tipo economico era sconosciuta.

I guadagni assumono nel gioco solo i valori +1 e -1, con probabilità rispettive p e q. Il gioco non è equo e, quindi, vale p>q=1-p. Ovviamente p-q è la misura di quanto iniquo è il gioco, ossia è la misura del caricamento.

Il valore attuale dei guadagni futuri $V_k^{(N)}$ (supposto che il fondo abbia attualmente il valore k) è dato dal valore attuale delle future "vincite utili" (ossia distribuibili), cui si aggiunge il valore attuale del rendimento del fondo stesso.

In particolare, il valore attuale degli utili distribuibili è ottenuto scontando con il fattore v, cui corrisponde il tasso di interesse i, mentre il fondo k ha un rendimento pari a $\lambda(1-\nu)$ con $0<\lambda<1$.

Per illustrare, qualitativamente, i risultati considero solo il caso in cui il fondo di garanzia non produce interessi $\lambda = 0$, ma i risultati sono simili a quelli che si ottengono per $\lambda < 1$, vale a dire nei casi in cui il tasso di rendimento del fondo produca un interesse minore di quello che corrisponde allo sconto per calcolare i valori attuali[7].

La condizione per cui il gioco è favorevole ed è quindi giocato dagli azionisti è data da $\frac{p-q}{i} > 1$, ossia che il valore dei caricamenti risulti superiore al tasso di interesse utilizzato per scontare gli utili futuri.

Di particolare interesse è la relazione che lega il valore attuale degli utili futuri e il livello N del fondo di garanzia. In particolare, de Finetti dimostra che al crescere di N, il valore attuale degli utili futuri dapprima cresce e, poi, decresce.

La ragione è semplice: aumentando il fondo di garanzia N, aumenta la probabilità che l'impresa di assicurazione resti in vita ed eventualmente distribuisca utili; tuttavia, un valore molto elevato di N sposta avanti nel tempo il momento in cui gli utili si generano.

È stato sottolineato da molti autori che l'importanza di questa elegante formalizzazione risiede nel fatto che essa, da un lato, elimina le contraddizioni della teoria asintotica e, dall'altro, suggerisce schemi realistici di comportamento.

Senza voler sminuire il primo risultato, che appartiene ormai alla storia del calcolo delle probabilità, direi che l'importanza "moderna" del modello sta nella formalizzazione del rapporto tra il livello del margine,

[7] Spiega de Finetti che questo è il caso che si verificherà quasi sempre, in quanto ragionevolmente le norme richiederanno che il fondo di garanzia sia investito in maniera prudenziale.

il valore dell'impresa e il livello dei caricamenti. Secondo alcuni autori (Gerber e Shiu, 2003), questo contributo è alla base della moderna teoria sulla distribuzione dei dividendi. Mi sembra che sia importante sottolineare tre risultati:

A) agli azionisti conviene costituire un fondo di garanzia: nella mia interpretazione, il margine di solvibilità non va visto quindi come una imposizione delle Autorità di vigilanza ma come una necessità delle imprese;

B) il fondo di garanzia non deve essere inutilmente troppo grande perché ciò andrebbe a ridurre del valore dell'impresa;

C) il valore dell'impresa è tanto maggiore quanto più il gioco non è equo, ossia quanto più il livello di caricamento è elevato.

La lettura combinata dei tre risultati, fa apparire evidente perché non sia consigliabile azzerare, o rendere troppo piccola, la probabilità di insolvenza di una impresa di assicurazione. Nel linguaggio della finanza moderna diremmo che i costi connessi con un fabbisogno di capitale eccessivo sono destinati a tradursi in un incremento eccessivo del prezzo del servizio e/o in una riduzione dell'offerta assicurativa.

In concreto, si tratta di ridurre a livelli "economicamente compatibili" il rischio di insolvenza e di fornire un'adeguata tutela agli assicurati qualora l'insolvenza si verifichi. E soprattutto si tratta di valutare compiutamente costi e benefici delle opzioni disponibili. Ne va della competitività di un settore che, per i grandi cambiamenti che il futuro ci riserverà, sarà chiamato a un ruolo cruciale nell'economia e nella società.

7. Vorrei ora concludere con un ringraziamento e una considerazione.

Il ringraziamento va al Presidente Desiata che, invitandomi a svolgere questa relazione, mi ha dato l'occasione di approfondire alcuni dei contributi di de Finetti sui molteplici aspetti del problema della costituzione di un fondo di garanzia per una impresa di assicurazione.

D'altra parte, la lettura di questi lavori mi induce a considerare che il tempo non ne ha scalfito il valore e che, forse, alcuni di loro sono più attuali oggi di quando furono presentati; aggiungo che il loro contributo scientifico oltrepassa, come abbiamo visto, i confini del settore assicurativo.

Non vi è quindi dubbio che le riflessioni di de Finetti possano offrire una solida base teorica su cui fondare le decisioni che le Autorità assumeranno nel corso del progetto Solvency II.

Una conferma, *ad abundantiam*, del "teorema" di Giuseppe Ottaviani (1986): "*comunque si prenda un lavoro di de Finetti, comunque se ne scelga una pagina a caso, comunque se ne legga un rigo, in quel rigo c'è almeno un contributo originale.*"

Bibliografia

de Ferra , C. e F. Pressacco (1986), “Contributi alla teoria delle decisioni”, in “*Atti del Convegno Ricordo di Bruno de FInetti Professore delll’ateneo triestino”,* Dipartimento di Matematica Applicata, Trieste, 171-180.

de Finetti, B. (1939), “La teoria del rischio e il problema della ‘rovina dei giocatori’”, *Giornale dell’Istituto italiano degli Attuari*, 10, 41-51.

de Finetti, B. (1940), “Il problema dei ‘pieni’”, *Giornale dell’Istituto italiano degli Attuari*, 8, 1-88.

de Finetti, B. (1954), “La compensazione tra rischi eterogenei”, *Giornale dell’Istituto italiano degli Attuari*, 17, 1-24.

de Finetti, B. (1957), “Su una impostazione alternativa della teoria collettiva del rischio”, in “*Transactions of the XVth International Congress of Actuaries*”, P. F. Mallon, New York, vol II, 433-443.

Gerber, H.U. e E.S.W. Shiu (2003), “Geometric Brownian motion models for assets and liabilities ”, *North American Actuarial Journal*, vol. 7, n.3, 37-56.

Ottaviani, G. (1940), “Intervento Invitato”, in “*Atti del Convegno Ricordo di Bruno de FInetti Professore delll’ateneo triestino”,* Dipartimento di Matematica Applicata, Trieste, 32-35.

Markowitz, H. (1952), “Portfolio Selection”, The Journal of Finance, Vol. VII, No. 1, March, 77-91.

Nasar, S.(1998), “A Beautiful Mind” New York, Simon & Schuster.

Pitacco, E. e A. Bacinello (1986), “Contributi in elaborazione automatica dei dati e assicurazioni vita”, in “*Atti del Convegno Ricordo di Bruno de FInetti Professore delll’ateneo triestino”,* Dipartimento di Matematica Applicata, Trieste, 149-170.